



วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเพื่อการแก้ปัญหาการจัดสมดุลสายการประกอบ หลายรุ่นการผลิตที่มีหุ่นยนต์ร่วมปฏิบัติงานและคำนึงถึงค่าคะแนน ความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลา

ธนุภัทร อักษรพรหม¹ และ กฤษฎดา อัครรุ่งแสงกุล^{2*}

¹ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ, คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

² ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ, คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

* ผู้ประสานงานเผยแพร่ (Corresponding Author), E-mail: krisada.a@eng.kmutnb.ac.th

วันที่รับบทความ: 10 กันยายน 2568; วันที่ทบทวนบทความ: 18 พฤศจิกายน 2568; วันที่ตอบรับบทความ: 2 ธันวาคม 2568

วันที่เผยแพร่ออนไลน์: 11 ธันวาคม 2568

บทคัดย่อ: วัตถุประสงค์ของการวิจัยครั้งนี้คือการพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหาการจัดสมดุลสายประกอบหลายรุ่นการผลิตประเภทที่ 2 (MMALBP-II) ที่มีหุ่นยนต์ร่วมปฏิบัติงาน (Cobot) และคำนึงถึงค่าคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลา และทดสอบประสิทธิภาพของการค้นหาคำตอบด้วยวิธี Branch and Cut เพื่อลดความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ให้กับมนุษย์ทั้งวัยแรงงานและวัยสูงอายุ ด้วยการทำงานร่วมกับ Cobot ผลจากการทดสอบประสิทธิภาพของวิธี Branch and Cut ผ่านซอฟต์แวร์ IBM ILOG CPLEX 22.1.2 พบว่า สามารถแก้ปัญหาการจัดสมดุลที่สร้างขึ้นจากต้นแบบปัญหาที่ยากเทียบเคียง (Benchmark Problem) และพบคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) 63 การทดลอง จากทั้งหมด 75 การทดลอง คิดเป็น 84 เปอร์เซ็นต์ พบคำตอบที่ดีที่สุด (Optimal Solution) 53 การทดลอง จากทั้งหมด 75 การทดลอง คิดเป็น 70.6 เปอร์เซ็นต์ และมีค่าเฉลี่ย %gap ของเวลารอบการผลิตรวมจากขอบเขตล่างของเวลารอบการผลิตรวมเฉลี่ยเท่ากับ 17.9% จากผลการทดสอบประสิทธิภาพพบว่า วิธี Branch and Cut สามารถแก้ปัญหาขนาดเล็กและขนาดกลางในเวลาที่กำหนด (3600 วินาที) โดยมีค่าเฉลี่ย %gap อยู่ที่ 0% และ 4.8% ตามลำดับ แต่ในปัญหาขนาดใหญ่ 12 จาก 15 ปัญหาวิธี Branch and Cut ไม่สามารถหาคำตอบที่เป็นไปได้ภายในเวลาที่กำหนด

คำสำคัญ: การจัดสมดุลสายการประกอบหลายรุ่นการผลิต; การประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์; หุ่นยนต์ร่วมปฏิบัติงาน; สังคมผู้สูงอายุ; อัลกอริทึมการแตกกิ่งและตัด; การแปลงสมการให้เป็นเส้นตรง

An Optimization Approach for Solving a Mixed Model Assembly Line Balancing Problem with Collaborative Robots (Cobots) by Considering Time-weighted Average (TWA) Ergonomic Risk Score

Tanupat Aksornprom¹ and Krisada Asawarungsaengkul^{2*}

¹ Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology North Bangkok

² Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology North Bangkok

* Corresponding author, E-mail: krisada.a@eng.kmutnb.ac.th

Received: 5 December 2019; Revised 18 November 2025; Accepted: 2 December 2025

Online Published: 11 December 2025

Abstract: The objective of this research is to develop a mathematical model of the Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem Type II (MMALBP-II) with collaborative robots (Cobots) considering time-weighted average (TWA) ergonomic risk score, and to test the performance of solving the model using the Branch and Cut method to reduce ergonomic risk for both working-age and elderly workers through human–Cobot collaboration. The performance evaluation using IBM ILOG CPLEX 22.1.2 showed that the model could solve benchmark balancing problems and find feasible solutions in 63 out of 75 experiments (84%). Optimal solutions were found in 53 out of 75 experiments (70.6%). On average, the total %gap of the total cycle time deviated from the lower bound of the average cycle time by 17.9%. The results further indicated that Branch and Cut could solve small- and medium-sized problems within the time limit (3600 seconds), with an average optimality %gap of 0% and 4.8%, respectively. However, for large-sized problems, in 12 out of 15 cases, Branch and Cut was unable to find a feasible solution within the given time.

Keywords: Mixed-model Assembly Line Balancing; Ergonomic Risk Assessment; Collaborative Robot; Aging Society; Branch and Cut Algorithm; Linearization



1. บทนำ

ในปัจจุบันที่สังคมของประเทศไทยได้ก้าวเข้าสู่สังคมผู้สูงอายุ (Aging Society) อย่างเต็มตัว แนวคิดของสังคมที่เปลี่ยนไปและเทคโนโลยีทางการแพทย์ที่พัฒนาขึ้นทำให้สภาวะแวดล้อมทางสังคมมีการเปลี่ยนแปลงเข้าไปหาสังคมผู้สูงอายุสมบูรณ์ (Aged Society) มากขึ้น ทำให้สัดส่วนของวัยแรงงานลดลง [1] เพื่อตอบสนองต่อความเปลี่ยนแปลงสัดส่วนประชากรและลดผลกระทบที่เกิดขึ้น ผู้ประกอบการควรพิจารณาการจ้างงานแรงงานสูงอายุ เพื่อให้ส่วนงานผลิตสามารถรับมือกับปัญหาการขาดแคลนแรงงานได้อย่างเหมาะสม อาการของผู้ที่เป็นโรค Work-related Musculo Skeletal Disorders (WMSDs) ที่พบได้บ่อยเช่น การปวด ตึง ล้า ชา บวม บริเวณกล้ามเนื้อ หรือข้อ ในผู้ที่มีอาการหนักอาจส่งผลกระทบต่อระบบประสาทถึงขั้นวิงเวียน ซึ่งเป็นต้นเหตุของอุบัติเหตุอื่นได้ ซึ่งสำหรับผู้สูงอายุที่ร่างกายอยู่ในสภาวะถดถอย อาจร้ายแรงถึงขั้นเรื้อรังได้ วิธีประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ RULA (Rapid Upper Limb Assessment) [2] ซึ่งเป็นวิธีการประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่ง่าย รวดเร็ว และมีเป้าหมายที่การประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ของร่างกายท่อนบน ทำให้ RULA เหมาะเป็นวิธีการประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่ใช้ประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ในสายการประกอบที่ใช้เวลาส่วนใหญ่ยืนอยู่กับที่และใช้ร่างกายท่อนบนในการประกอบสินค้า การแก้ปัญหาการจัดสมดุลสายการประกอบหลายรุ่นการผลิต หรือ MMALBP (Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem) เป็น การแก้ปัญหาการตัดสินใจการจัดงานให้สถานีงานเพื่อจัด

สมดุลภาระงานของการประกอบสินค้ามากกว่า 1 รุ่นการผลิตพร้อมกันโดยมีเป้าหมายคือการจัดงานให้กับสถานีงานภายใต้เงื่อนไขไม่ละเมิดความสัมพันธ์ก่อนหลังของงานที่กำหนดไว้ในทุกรุ่นการประกอบให้ได้ผลิตภาพสายการผลิต (Line Efficiency) สูงที่สุด การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธี RULA ถูกบูรณาการเข้ากับการจัดสมดุลสายการประกอบใน [3, 4] ในลักษณะการแก้ปัญหาจัดสมดุลสายการประกอบหลายเป้าหมายและแก้ปัญหาด้วยวิธีตัวแบบทางคณิตศาสตร์และวิธีการฮิวริสติก (Heuristic Method) หุ่นยนต์ร่วมปฏิบัติงานขนาดเล็ก (Collaborative Robot หรือ Cobot) ที่ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อให้สามารถทำงานร่วมกับมนุษย์ในพื้นที่ทำงานร่วมกัน (Collaborative Working Space) ได้โดยไม่ต้องมีเครื่องป้องกันขวางกั้น ตามนิยามในมาตรฐาน ISO 15066-2016 [5] งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดสมดุลสายการประกอบที่มีมนุษย์และหุ่นยนต์นำเสนอแนวคิดความร่วมมือกันระหว่างมนุษย์และหุ่นยนต์ (human robot collaboration หรือ HRC) และถูกบูรณาการกับการจัดสมดุลสายการประกอบผ่านการตัดสินใจเลือกให้ Cobot หรือมนุษย์ทำงานใด ๆ หรือทำร่วมในงานเดียวกัน ถูกนำเสนอใน [6, 7] วิธีการแตกกิ่งและตัด (Branch and Cut Algorithm) เป็นวิธีการเชิงแม่นตรง (Exact Algorithm) ที่ใช้ในการแก้ปัญหาตัวแบบโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) เพื่อให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด (Optimal Solution) โดยหลักการของวิธีนี้คือการผสมผสานระหว่างแนวคิดของวิธีการแตกกิ่งและกำหนดขอบเขต (Branch and Bound) และการเพิ่มระนาบตัด (Cutting Planes) ซึ่งเป็นสมการข้อจำกัดเพิ่มเติม เพื่อ



ปรับปรุงขอบเขตของคำตอบและเร่งให้การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเป็นไปได้รวดเร็วยิ่งขึ้น ที่ช่วยตัดทอนพื้นที่คำตอบที่ไม่มีทางดีกว่าคำตอบปัจจุบันออกไป สำหรับปัญหาการตัดสินใจแบบโปรแกรมจำนวนเต็มผสมเชิงเส้น (Mixed-Integer Linear Programming) ในซอฟต์แวร์ IBM ILOG CPLEX 22.1.2 ใช้วิธีการแตกกิ่งและตัด (Branch and Cut) ในการค้นหาคำตอบ [8] ตารางสรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและเปรียบเทียบกับงานวิจัยนี้จะแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตารางเปรียบเทียบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดสมดุลสายการประกอบที่มี Cobot และคำนึงถึงความเสี่ยงด้านการยศาสตร์

งานวิจัย	ALBP	*RA	*Obj	*EC
[9]	SALBP	*EE	*CT	-
[10]	SALBP	-	-	-
[11]	MMALBP	*EE	*CT, *ER	-
[12]	MMALBP	NIOSH, OCRA, RULA	*CT	-
[13]	SALBP	OCRA	*CT, *ER	-
[14]	SALBP	REBA	*CT	-
บทความนี้	MMALBP	TWA-RULA	*CT	TWA-RULA

*RA = Risk Assessment, *Obj = Objective Function, *CT = Cycle Time, *EC = Ergonomic Constraints, *ER = Ergonomic Risk, *EE = Energy Expenditure

จากตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดสมดุลสายการประกอบที่มี Cobot ทำงานร่วมกับแรงงานมนุษย์ในปัจจุบันนิยมนำคะแนนจากการประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในลักษณะของการเป็นค่าเป้าหมาย (Objective Value) ของการจัดสมดุลสายการประกอบหลายเป้าหมาย (Multiple Objective Assembly Line Balancing) ดังนั้นจากการศึกษาวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องสามารถสรุปความแตกต่างของงานวิจัยนี้กับวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องได้ดังนี้

1. ในวรรณกรรมที่ทบทวน ยังไม่พบการนำเอาคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์มาเป็นข้อจำกัดของสายการประกอบ โดยสายการประกอบที่มีผู้สูงอายุอาจไม่เหมาะแก่การใช้คะแนนความเสี่ยงเป็นวัตถุประสงค์ เพราะไม่สามารถรันได้หลังจากการจัดสมดุลแล้วผู้สูงอายุจะได้รับความเสี่ยงที่ไม่เกินความเสี่ยงที่ก่อให้เกิดอันตราย [2]

2. ในวรรณกรรมที่ทบทวน ยังไม่พบงานวิจัยใดนำเสนอการจัดสมดุลสายการประกอบที่คำนึงถึงคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลา (TWA RULA Score) แม้ในสายการประกอบมีการเปลี่ยนท่าทางการทำงานไปมาอย่างชัดเจนในช่วงเวลาหนึ่งรอบการผลิต

3. ในวรรณกรรมที่ทบทวน ยังไม่พบการประยุกต์ให้ผู้สูงอายุทำงานร่วมกับ Cobot ผ่านวิธีการจัดสมดุลสายการประกอบ



2. ลักษณะของปัญหา

ในสายการประกอบสินค้าอิเล็กทรอนิกส์ แรงงานต้องทำงานกับชิ้นส่วนขนาดเล็ก การวางชิ้นส่วนหรือบัดกรีบนแผงวงจรไฟฟ้า (PCB) ทำให้ผู้ปฏิบัติงานต้องก้มศีรษะมาก เอื้อมมือในท่าทางผิดธรรมชาติ และทำงานซ้ำซาก ทำให้ 80 เปอร์เซนต์ ของท่าทางการทำงานมีคะแนนที่ประเมินด้วยวิธี RULA อยู่ในระดับ 5-7 (ต้องมีการแก้ไขทันที) [15] ซึ่งการทำงานร่วมกับ Cobot สามารถลดคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ของแรงงานในสายการประกอบได้ [16]

ในสายการประกอบมีการเปลี่ยนท่าทางการทำงานระหว่างรอบการผลิต ส่งผลให้การประเมินความเสี่ยงด้วยวิธี RULA แบบดั้งเดิมไม่ครอบคลุมหรือไม่สะท้อนความเสี่ยงที่เกิดขึ้นตลอดวงรอบได้อย่างสมบูรณ์ ดังนั้นระดับคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ของงานในสายการประกอบในงานวิจัยนี้ต้องถูกถ่วงน้ำหนักเฉลี่ยตามเวลา ตามสมการที่ 1 ตามแนวทางที่นำเสนอใน [17]

$$\frac{\sum_{n \in N} t_n \cdot r_n}{\sum_{n \in N} t_n} = TWAR \quad (1)$$

สมการที่ 1 มีตัวแปรดังนี้

$TWAR$ = คะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่ประเมินด้วยวิธี RULA เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาในเวลารอบการผลิตใดๆ

N = เซตของท่าทางการทำงาน

r_n = คะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่ประเมินด้วยวิธี RULA ของการทำงานในท่าที่ n

t_n = เวลาที่ทำงานในท่าที่ n

สรุปปัญหาในปัจจุบันที่นำเสนอคือการผลิตสินค้าให้ทันและตรงกับความต้องการของลูกค้า สัดส่วนผู้สูงอายุที่เพิ่มขึ้น และระดับความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่มนุษย์ต้องเผชิญในสายการประกอบ ดังนั้นในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอการพัฒนาตัวแบบที่บูรณาการ Cobot ในสายการประกอบที่มีแรงงานวัยทำงานและสูงอายุ และคำนึงระดับความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ด้วยปัญหาการจัดสมดุลสายการประกอบประเภทที่ 2 (ลดเวลารอบการผลิตจากจำนวนสถานีงานที่กำหนด) ประเภทหลายรุ่นการผลิตเพื่อตอบสนองความต้องการที่หลากหลาย ด้วยการเลือกทางเลือกการทำงานที่แรงงานทำอย่างเดียว, Cobot ทำอย่างเดียว, หรือแรงงานกับ Cobot ทำร่วมกันโดยคำนึงถึงข้อจำกัดด้านคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ และมีวัตถุประสงค์คือลดเวลารอบการผลิตให้ต่ำที่สุดด้วยโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มผสม (Mixed-Integer Linear Programming)

3. ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สายการประกอบในงานวิจัยนี้เป็นสายการประกอบแบบเส้นตรง สำหรับผลิตผลิตภัณฑ์หลายรุ่นการผลิตในงานวิจัยนี้มีข้อกำหนดพื้นฐาน และตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ดังนี้

1. จำนวนสถานีงานถูกกำหนดไว้ล่วงหน้า และมีเป้าหมายของการจัดสมดุลคือการหารอบเวลาการผลิตที่สั้นที่สุด

2. งานทุกงานในแต่ละสถานีต้องไม่ละเมิดความสัมพันธ์ก่อนหลังของงาน (งานก่อนหน้าต้องอยู่ในสถานีงานก่อนหน้าหรือสถานีงานเดียวกันกับงานตามหลังทันทีเท่านั้น)



3. งานแต่ละงานเป็นหน่วยย่อยที่สุดที่ไม่สามารถแบ่งงานใด ให้สถานงาน 2 หรือมากกว่าทำได้

4. ทุกสถานงานสามารถทำได้ทุกงาน

5. ในช่วงเวลาใด ๆ ทุกสถานงานสามารถทำงานได้เพียง 1 งานเท่านั้น ไม่สามารถทำงานมากกว่า 1 งานขนานกันได้ หากไม่ใช่งานที่มนุษย์กับหุ่นยนต์ทำร่วมกัน มนุษย์หรือหุ่นยนต์ที่ไม่ได้ทำงานต้องหยุดรอให้อีกฝ่ายทำให้เสร็จก่อนจึงเริ่มงานใหม่ได้

6. สถานงานแต่ละสถานสามารถบรรจุมนุษย์ได้ 1 คน (ช่วงวัย) และ/หรือ Cobot ได้ 1 ตัว (ประเภท) เท่านั้น

7. แรงงานมนุษย์ทุกช่วงวัยพร้อมทำงานเสมอ

8. การปรับเปลี่ยนเครื่องมือ, เวลาในการติดตั้งของ Cobot สามารถละทิ้งได้หรือได้บวกรวมในเวลากการทำงานแต่ละงานแล้ว

9. เวลาการทำงานของมนุษย์ทุกช่วงวัยใช้เวลาเท่ากัน [18]

10. เวลาในการทำงานของหุ่นยนต์เปลี่ยนไปตามประเภทของหุ่นยนต์ หุ่นยนต์บางประเภทอาจทำงานบางงานไม่ได้

3.1 เซตและดัชนี (Set and Indices) สำหรับตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

$ij \in I = \{1, \dots, NI\}$ = ดัชนีของงาน

E = เซตคู่ของงานที่มีความสัมพันธ์ก่อนหลังทันทีซึ่งกันและกัน

$k \in K = \{1, \dots, NS\}$ = ดัชนีของสถานงาน

$m \in M = \{1, \dots, NM\}$ = ดัชนีของรุ่นสินค้า

$p \in P = \{1, \dots, (NR \cdot NH) + NR + NH\}$
= ดัชนีของทางเลือกการทำงาน

$r \in R = \{1, \dots, NR\}$ = ดัชนีของประเภทหุ่นยนต์

$h \in H = \{1, \dots, NH\}$ = ดัชนีของช่วงวัยแรงงานมนุษย์

3.2 ตัวแปรตัดสินใจ (Decision Variables) ที่ใช้งานในตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

ts_{mi} = เวลาเริ่มงานของงาน i ในการผลิตสินค้ารุ่น m

SE_{ij} = เท่ากับ 1 เมื่องาน i ทำก่อนงาน j ในสถานเดียวกัน และเท่ากับ 0 เมื่อเป็นอย่างอื่น

x_{ikp} = เท่ากับ 1 เมื่องาน i อยู่ในสถานงาน k และถูกทำด้วยทางเลือกการทำงาน p และเท่ากับ 0 เมื่อเป็นอย่างอื่น

v_{rk} = เท่ากับ 1 เมื่อหุ่นยนต์ประเภท r อยู่ในสถานงาน k และเท่ากับ 0 เมื่อเป็นอย่างอื่น

w_{hk} = เท่ากับ 1 เมื่อมนุษย์ช่วงวัย h อยู่ในสถานงาน k และเท่ากับ 0 เมื่อเป็นอย่างอื่น

tr_{mk} = คะแนนเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาของความเสียด้านการยศาสตร์ของสถานงาน k ในการผลิตสินค้ารุ่น m

as_{kp} = เท่ากับ 1 เมื่องานในสถานงาน k ถูกทำด้วยทางเลือกงาน p และเท่ากับ 0 เมื่อเป็นอย่างอื่น

ct_m = เวลารอบการผลิตของสายการประกอบในการผลิตสินค้ารุ่น m

3.3 พารามิเตอร์ (Parameters) ที่ใช้งานในตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

NM = จำนวนรุ่นการผลิต

NI = จำนวนงาน

NS = จำนวนสถานงาน

NR = จำนวนประเภทของ Cobot

NH = จำนวนช่วงวัยของแรงงานมนุษย์



$limr_h$ = ขีดจำกัดด้านคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ของแต่ละช่วงวัยของแรงงานมนุษย์ [2]

r_{mip} = คะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ของงาน i ที่ทำโดยทางเลือกการทำงาน p ในการผลิตสินค้ารุ่น m อ้างอิงจากสายการประกอบสินค้าอิเล็กทรอนิกส์ [16]

t_{mip} = เวลาในการทำงานของงาน i ที่ทำโดยทางเลือกการทำงาน p

NA = จำนวนสัดส่วนแรงงานวัยสูงอายุชั้นต่ำภายในสายการประกอบ โดยสัดส่วนถูกอ้างอิงจากสัดส่วนผู้สูงอายุในประชากรของประเทศไทย [1]

MB = ข้อจำกัดด้านงบประมาณการลงทุนในการใช้งาน Cobot

c_p = ค่าใช้จ่ายการทำงานในทางเลือกการทำงาน p

φ = จำนวนเต็มบวกที่มีค่ามาก ๆ (Big M)

3.4 สมการฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective Function) ที่ใช้งานในแบบทางคณิตศาสตร์

$$\min \sum_{m \in M} ct_m \quad (2)$$

สมการที่ 2 ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ลดเวลารอบการผลิตรวมทุกรุ่นการผลิตให้ต่ำที่สุด

3.5 สมการข้อจำกัด (Constraint) ที่ใช้งานในแบบทางคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

$$\sum_{l \in K} \sum_{p \in P} l \cdot x_{ikp} - \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} k \cdot x_{jkp} \leq 0 \quad (3)$$

$$; \forall i, j, (i, j) \in E$$

สมการที่ 3 กำหนดความสัมพันธ์ก่อนหลังของงานแต่ละงาน โดยงาน j ที่ป็นงานตามหลังงาน i ทันที

(Immediate Successor) ไม่สามารถอยู่ในสถานีก่อนหน้างาน i ได้

$$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot x_{ikp} \leq ct_m \quad (4)$$

$$; \forall k, m$$

สมการที่ 4 กำหนดเวลาการทำงานของสถานีงาน k ซึ่งเป็นผลรวมของงาน i ที่อยู่ในสถานีงานที่ทำด้วยทางเลือกการทำงาน p ในการผลิตสินค้ารุ่น m ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับเวลารอบการผลิต ct_m

$$ts_{mi} + t_{mip} \cdot x_{ikp} + \varphi \cdot (x_{ikp} + x_{jkp} - 2) \leq ts_{mj} \quad (5)$$

$$; \forall k, m, p, i, j, (i, j) \in E$$

สมการที่ 5 กำหนดให้งาน j ในการผลิตสินค้ารุ่น m ไม่สามารถเริ่มงานได้หากงาน i ยังไม่เสร็จ เมื่องาน i มาก่อนงาน j อยู่ในสถานีงาน k และงาน i กับงาน j เป็นงานก่อนหน้าตามหลังกันทันที

$$ts_{mj} + t_{mjp} \cdot x_{jkp} - 2 \cdot \varphi \cdot (2 - x_{ikp} - x_{jkp}) \leq ts_{mi} + \max(t_{mip}) \cdot SE_{ij} \quad (6)$$

$$; \forall k, m, p, i, j, (i, j) \in E, i > j$$

สมการที่ 6 กำหนดให้งาน i ในการผลิตสินค้ารุ่น m ไม่สามารถเริ่มงานได้หากงาน j ยังไม่เสร็จ เมื่องาน i ตามหลังงาน j อยู่ในสถานีงาน k และงาน i กับงาน j ไม่เป็นงานก่อนหน้าตามหลังกันทันที

$$ts_{mi} + t_{mip} \cdot x_{jkp} - 2 \cdot \varphi \cdot (2 - x_{ikp} - x_{jkp}) \leq ts_{mj} + \max(t_{mip}) \cdot (1 - SE_{ij}) \quad (7)$$

$$; \forall k, m, p, i, j, (i, j) \in E, i > j$$



สมการที่ 7 กำหนดให้งาน j ในการผลิตสินค้ารุ่น m ไม่สามารถเริ่มงานได้หากงาน i ยังไม่เสร็จ เมื่องาน i มาก่อนหน้างาน j อยู่ในสถานงาน k และงาน i กับงาน j ไม่เป็นงานก่อนหน้าตามหลังกันทันที

$$ts_{mi} \geq 0 ; \forall i, m \quad (8)$$

สมการที่ 8 กำหนดให้เวลาเริ่มงานของงาน i ในการผลิตสินค้ารุ่น m ไม่สามารถต่ำกว่า 0 ได้

$$\sum_{p \in P} as_{kp} = 1 ; \forall k \in K \quad (9)$$

สมการที่ 9 กำหนดให้ทุกสถานงานสามารถเลือกการทำงาน p ได้เพียงหนึ่งทางเท่านั้น

$$\varphi \cdot as_{kp} \geq \sum_{i \in I} x_{ikp} ; \forall k, p \quad (10)$$

สมการที่ 10 กำหนดให้ทุกงาน i ในทุกสถานงาน k สามารถใช้ทางเลือกการทำงาน p ได้เพียงหนึ่งทางเท่านั้น

$$\sum_{r \in R} v_{rk} \leq 1 ; \forall k \quad (11)$$

สมการที่ 11 กำหนดให้แต่ละสถานงาน k สามารถมีหุ่นยนต์ r ได้ไม่เกิน 1 ประเภท

$$\sum_{h \in H} w_{hk} \leq 1 ; \forall k \quad (12)$$

สมการที่ 12 กำหนดให้แต่ละสถานงาน k สามารถมีมนุษย์ช่วงวัย h ได้ไม่เกิน 1 คนโดยช่วงวัย $h=1$ หมายถึงแรงงานมนุษย์วัยแรงงาน $h=2$ หมายถึงวัยผู้สูงอายุ

$$\sum_{k \in K} w_{2k} \geq NA \cdot NS \quad (13)$$

สมการที่ 13 กำหนดให้จำนวนผู้สูงอายุ ($h=2$) ในสายการประกอบต้องไม่น้อยกว่าสัดส่วนผู้สูงอายุ NA ในประชากรประเทศไทย [1]

$$\varphi \cdot w_{hk} \geq as_{hk} + \sum_{p \in P} as_{kp} \quad (14)$$

$$p \in (NR \cdot h) + NH + 1, \dots, (NR \cdot h) + NH + NR$$

สมการที่ 14 กำหนดให้แต่ละสถานงาน k ที่ทำงานด้วยทางเลือกการทำงาน p ต้องมีมนุษย์ช่วงวัยเหมาะสมกับทางเลือกการทำงาน โดยสมการนี้ทำให้ w_{hk} ถูกเลือกในวัยของมนุษย์ตามทางเลือกการทำงานของสถานงาน as_{kp} และสมการนี้จะใช้เพื่อตรวจสอบจำนวนมนุษย์วัยสูงอายุ ($h=2$) สำหรับสมการที่ 13

$$\sum_{p \in P} as_{kp} \cdot c_p \leq MB ; \forall k \in K \quad (15)$$

สมการที่ 15 กำหนดให้ค่าใช้จ่ายรวมของสายการประกอบด้านหุ่นยนต์ต้องไม่เกินงบประมาณของสายการประกอบ MB

$$\frac{(\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot r_{mip} \cdot x_{ikp} + (ct_m - \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot x_{ikp}))}{ct_m} \leq limr_h ; \forall k, m, h \quad (16)$$

สมการที่ 16 กำหนดให้ค่าคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาที่ประเมินด้วยวิธี RULA ของสถานงาน k ที่มีแรงงานมนุษย์ช่วงวัย h ต้องไม่เกินขีดจำกัดของแรงงานแต่ละช่วงวัย h ในการผลิตสินค้ารุ่น m ซึ่งสมการการคำนวณอ้างอิงจาก [3] โดยขีดจำกัดด้านคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ $limr_h$ แต่ละช่วงวัยของแรงงานมนุษย์จะถูกกำหนดไว้ล่วงหน้าให้เท่ากับ $\{4, 2\}$ สถานงานที่มีมนุษย์วัยแรงงานอยู่ ($h=1$) จะถูกกำหนดไว้ที่ 4 สถานงานที่มีมนุษย์วัยสูงอายุอยู่ ($h=2$) จะถูกกำหนดไว้ที่ 2 เพื่อความปลอดภัยด้านการยศาสตร์ของแรงงานมนุษย์ทุกช่วงวัย [2]



3.6 การแปลงสมการให้เป็นเส้นตรง (Linearization) ของสมการข้อจำกัด

เนื่องจากสมการที่ 16 เป็นการคำนวณค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาของคะแนนความเสี่ยงที่ประเมินด้วยวิธี RULA ซึ่งในการคำนวณต้องหารด้วยตัวแปรตัดสินใจ ct_m ส่งผลให้ตัวแบบกลายเป็นตัวแบบโปรแกรมจำนวนเต็มผสมไม่เชิงเส้น (Mixed Integer Non-Linear Programming) ดังนั้นต้องแปลงสมการข้อจำกัดที่ 16 เป็นอสมการเชิงเส้นตรงเพื่อสามารถหาคำตอบด้วยวิธี B&C ได้

สมการที่ 16 ถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนเศษและส่วนส่วน และเพิ่มตัวแปรตัดสินใจ NU_{mk} เพื่อใช้แทนส่วนเศษของสมการที่ 16 ตามสมการที่ 17

$$NU_{mk} = \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot x_{ikp} + (ct_m - \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot x_{ikp}) ; \forall k, m \quad (17)$$

และปรับฝั่งขวาของสมการที่ 16 เป็นสมการที่ 18

$$NU_{mk} = tr_{mk} \cdot ct_m ; \forall k, m \quad (18)$$

หนึ่งในเทคนิคที่ใช้ในการแปลงให้สมการที่เป็นผลคูณของตัวแปรตัดสินใจที่เป็นจำนวนจริง (สมการที่ 18) ที่พบในวรรณกรรมคือเทคนิค McCormick Envelopes [19] ซึ่งเป็นการสร้างสมการกำหนดขอบเขตล่างและบนของผลคูณของตัวแปรตัดสินใจที่เป็นจำนวนจริงใด ๆ ด้วยการกำหนดพารามิเตอร์เสริม ได้แก่ค่ามากที่สุดและน้อยสุดของคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์และเวลารอบการผลิตดังนี้

$minct_m$ = เวลารอบการผลิตต่ำสุดที่เป็นไปได้ซึ่งคำนวณจากสมการที่ 19

$$minct_m = \frac{\sum_{i \in I} min(t_{mip})}{NS} \quad (19)$$

$maxct_m$ = เวลารอบการผลิตสูงสุดที่เป็นไปได้ซึ่งคำนวณจากสมการที่ 20

$$maxct_m = \frac{\sum_{i \in I} max(t_{mip})}{NS} \quad (20)$$

$minr$ = ค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้ของคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่ประเมินด้วยวิธี RULA (เท่ากับ 0 เนื่องจากบางงานที่ไม่ต้องทำหรือ Cobot ทำแทนจึงไม่มีคะแนนความเสี่ยง)

$maxr$ = ค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่ประเมินด้วยวิธี RULA ในงานวิจัยครั้งนี้กำหนดเท่ากับขอบเขตบนของการจำกัดคะแนนความเสี่ยง (เท่ากับ 4)

โดยพารามิเตอร์เสริมถูกใช้เพื่อสร้างขอบเขตล่างและบนของคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ที่ประเมินด้วยวิธี RULA เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลา tr_{mk} ตามสมการที่ 21 ถึง 24

$$NU_{mk} \geq minct_m \cdot tr_{mk} + ct_m \cdot minr - minct_m \cdot minr \quad (21)$$

$$; \forall k, m$$

$$NU_{mk} \leq maxct_m \cdot tr_{mk} + \quad (22)$$



$$\begin{aligned}
 &ctm \cdot maxr - maxctm \cdot minr \\
 &; \forall k, m \\
 &NUmk \geq maxctm \cdot trmk + \\
 &ctm \cdot minr - maxctm \cdot minr \quad (23) \\
 &; \forall k, m
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &NUmk \leq minctm \cdot trmk + \\
 &ctm \cdot maxr - minctm \cdot maxr \quad (24) \\
 &; \forall k, m
 \end{aligned}$$

กำหนดขีดจำกัดด้านการยศาสตร์ของแรงงานมนุษย์ช่วงวัยที่ h อยู่ในสถานงาน k ในแนวทางเดียวกับสมการที่ 16 ด้วยสมการที่ 25

$$\begin{aligned}
 &tr_{mk} \leq limr_h \cdot w_{hk} \\
 &; \forall k, m, h \quad (25)
 \end{aligned}$$

3.7 การสร้างตัวอย่างปัญหาการจัดสมดุลสายการประกอบหลายรุ่นการผลิตที่แรงงานมนุษย์และหุ่นยนต์ทำงานร่วมกันโดยคำนึงถึงคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์

Cobot มีค่าใช้จ่ายในการทำงานตามทางเลือกการทำงาน c_p (ค่าไฟ ค่าบำรุงรักษา Cobot) ไม่เท่ากัน ในงานวิจัยนี้อ้างอิงจากค่าเฉลี่ยค่าใช้จ่ายการใช้ Cobot ค่าใช้จ่ายของ Cobot ตามทางเลือกการทำงานสามารถแบ่งได้ดังนี้

— ค่าใช้จ่ายด้านหุ่นยนต์ในการทำงานสำหรับสถานที่ที่หุ่นยนต์ทำงานอย่างเดียวเท่ากับ 10.11, 12.79, 18.55, 20.83 หน่วย ในตารางที่ 2 ทางเลือกการทำงานที่ Cobot ทำงานตัวเดียวจะแสดงเป็นเลข 0 หมายถึงมนุษย์ช่วงวัยใดก็ตามทำงานในสถานงานนี้ได้

— ในสถานงานที่ Cobot ทำงานร่วมกับคนเพิ่มค่าใช้จ่ายอีก 20% เพราะ Cobot ต้องใช้พลังงานเพิ่มขึ้นในการรักษาความปลอดภัยเมื่อทำงานร่วมกับมนุษย์ ทั้งการขยับแขนกลให้ช้าลง การหยุดเมื่อเข้าใกล้มนุษย์มากเกินไปตามมาตรฐาน ISO [5]

— ในสถานงานที่ Cobot ไม่ได้ทำงาน ไม่คิดค่าใช้จ่ายด้าน Cobot

ตารางที่ 2 แสดงตัวอย่างและค่าใช้จ่ายของการทำงานในแต่ละทางเลือก

จากการค้นคว้าในวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องเวลาในการทำงานของแต่ละงานสำหรับแรงงานมนุษย์ทั้ง 2 ช่วงวัย (แรงงานวัยแรงงาน, แรงงานวัยสูงอายุ) ในสายการประกอบไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ [18] ดังนั้นเวลาในการทำงานของแรงงานมนุษย์ทุกช่วงวัยในสายการประกอบใช้เวลาเท่ากันดังตัวอย่างในตารางที่ 2

Cobot จะมีความเร็วที่ลดลงเมื่อต้องทำงานในพื้นที่ทำงานร่วมกับมนุษย์ [5] และทุกสถานงานต้องมีมนุษย์อยู่ ดังนั้นเวลาในการทำงานของ Cobot เมื่อต้องทำงานตัวเดียวจะใช้เวลาเพิ่มขึ้น 30 ถึง 40 เปอร์เซ็นต์ [20] ดังตัวอย่างในตารางที่ 2

เวลาในการทำงานของ Cobot ในงานที่ Cobot สามารถทำได้จะมีค่าเท่ากับเวลาในการทำงานของแรงงานมนุษย์คูณกับผลการสุ่มจากการแจกแจงแบบเอกรูปแบบต่อเนื่อง (Continuous Uniform Distribution) ตามสมการที่ 26

$$t_{mi(r+NH)} = t_{mi1} \cdot U(1.3, 1.4); \forall m, i, r \quad (26)$$



เวลาที่ใช้ในการทำงานร่วมกันของแรงงานมนุษย์ และ Cobot ในลักษณะการแบ่งงานกันทำ (Collaboration) เช่น การช่วยกันขันนอตคนละข้างของสินค้า การให้มนุษย์จับสินค้าและให้ Cobot เชื่อม จะทำให้เวลาในการทำงานในภาพรวมลดลง เหลือ 60 ถึง 70 เปอร์เซ็นต์ของเวลาทำงานของมนุษย์ [20] ดังตัวอย่างในตารางที่ 2

ในงานที่ Cobot ทำงานร่วมกับมนุษย์ได้จะมีระยะเวลาการทำงานเท่ากับเวลาในการทำงานของแรงงานมนุษย์คูณกับผลการสุ่มจากการแจกแจงแบบเอกรูปแบบต่อเนื่องตามสมการที่ 27

$$t_{mi((NR \cdot h)+NH+r)} = t_{mi1} \cdot U(0.6, 0.7) \quad (27)$$

$$; \forall m, i, r, h$$

ขีดจำกัดทางกายภาพและเครื่องมือของ Cobot ทำให้ในบางงาน Cobot ไม่สามารถทำได้ ทำให้ 28 เปอร์เซ็นต์ของงานในแต่ละรุ่นการผลิต Cobot ไม่สามารถทำได้ด้วยตัวเองได้ และ 21 เปอร์เซ็นต์ของงาน Cobot ไม่สามารถทำร่วมกับแรงงานมนุษย์ได้ [21] งานที่ Cobot ไม่สามารถทำได้จะมีค่า t_{mip} เท่ากับ 999 ดังตัวอย่างในตารางที่ 2

ค่าคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์แต่ละงานของมนุษย์ทุกช่วงวัยจะเป็นผลจากการสุ่มด้วยการแจกแจงแบบสามเหลี่ยม (Triangular Distribution) ตามสมการที่ 28 พารามิเตอร์ของการแจกแจงอ้างอิงจากการศึกษาท่าทางการทำงานในสายการประกอบสินค้าอิเล็กทรอนิกส์ [16] ดังตัวอย่างในตารางที่ 2

$$r_{mi1} = \text{Triangular}(2, 7, 5.5) \quad (28)$$

ในขณะที่ Cobot ทำงานในงานที่ Cobot ทำตัวเดียว และเวลาที่ว่างงาน จะถือว่าแรงงานมนุษย์ยืนรอการทำงานในงานถัดไปดังนั้นคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ในขณะที่ Cobot ทำงานเพียงอย่างเดียวจะถือว่าไม่มีการประเมิน RULA (คะแนนเท่ากับ 0)

ในขณะที่ Cobot และแรงงานมนุษย์ทำงานในงานที่ทำร่วมกัน คะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์มีโอกาส 10% ที่จะมีคะแนนลดลง 1 คะแนนจากคะแนนความเสี่ยงเมื่อมนุษย์ทำงานคนเดียว [16] ดังนั้นคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เมื่อ Cobot ทำงานร่วมกับมนุษย์จะถูกลบออกด้วยผลจากการสุ่มจากการแจกแจงแบร์นูลลีที่มีอัตราสำเร็จเท่ากับ 0.1 ตามสมการที่ 29 และตัวอย่างในตารางที่ 2

$$r_{mi((NR \cdot h)} = r_{mi1} - \text{Bernoulli}(0.1) \quad (29)$$

$$; \forall m, i, r, h$$

เพื่อการทดสอบประสิทธิภาพของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาการจัดสมดุลสายการประกอบ ตัวอย่างปัญหาในการทดลองในงานวิจัยนี้การจัดสมดุลสายการผลิตเทียบเคียง (Benchmark Problem) จาก <https://assembly-line-balancing.de> เป็นต้นแบบ และทำการสร้างปัญหาตัวอย่างด้วยการเติมส่วนที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยเข้าไป โดยงานแต่ละงานถูกเพิ่มความแปรปรวนของเวลาในการทำงาน 30 เปอร์เซ็นต์ ($\pm 30\%$) ของเวลาทำงานเดิม และแต่ละงานมีโอกาสถูกข้าม 20 เปอร์เซ็นต์ งานที่ถูกข้ามจะถูกตั้งเวลาการทำงาน เท่ากับ 0



ตารางที่ 2 ตัวอย่างของลำดับทางเลือกการทำงานของแรงงานมนุษย์และหุ่นยนต์

ลำดับทางเลือก	h	r	C_p	t_{mip}	r_{mip}
1	1	0	0	1	5
2	2	0	0	1	5
3	0	1	10.11	1.34	0
4	0	2	12.79	1.39	0
5	0	3	18.55	999	0
6	0	4	20.83	1.33	0
7	1	1	12.132	0.67	4
8	1	2	15.348	0.61	5
9	1	3	22.26	0.60	4
10	1	4	24.99	999	4
11	2	1	12.132	0.67	4
12	2	2	15.348	0.61	5
13	2	3	22.26	0.60	4
14	2	4	24.99	999	4

ปัญหาเทียบเคียงที่ถูกนำมาใช้เป็นต้นแบบของปัญหาภายในงานวิจัยจะถูกแบ่งออกเป็น 3 ขนาด ตามจำนวนงาน NI และจำนวนรุ่นการผลิต NM ใน แต่ละปัญหา

3.8 ตัวอย่างเชิงตัวเลข (Numerical Example) ของคำตอบจากการแก้ปัญหาการจัดสมดุลสายการประกอบหลายรุ่นการผลิตที่แรงงานมนุษย์และหุ่นยนต์ทำงานร่วมกันและคำนึงถึงคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์

ในส่วนนี้จะนำเสนอตัวอย่างของคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาตัวอย่างขนาดเล็ก 2m7t ที่มีจำนวนรุ่นการผลิต (NM) เท่ากับ 2 รุ่น และจำนวนงาน (NI) เท่ากับ

ตารางที่ 3 เมทริกซ์ความสัมพันธ์ก่อนหลังของงานในปัญหาตัวอย่าง

งาน	1	2	3	4	5	6	7
1	0	1	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	0	0	1	0
6	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0

7 งานซึ่งมีเมทริกซ์ความสัมพันธ์ก่อนหลังของงานอ้างอิงจากงานวิจัยโดย Mertens, 1967 [22] ตามตารางที่ 3

ในตารางที่ 3 แถว (row) และ คอลัมน์ (Column) จะแสดงถึงดัชนีงานของงาน งานในแถว i ที่เป็นงานที่มาก่อนทันทีของงานในคอลัมน์ j จะทำให้ตำแหน่ง (i, j) เท่ากับ 1 และหากไม่มีความสัมพันธ์ก่อนหลังกันทันทีจะเท่ากับ 0

งานแต่ละงาน i ในรุ่นการผลิต m จะมีเวลาในการทำงาน (t_{mip}) ที่พัฒนาด้วยการะบวนการตามข้อ 3.8 ตามตารางที่ 4

และงาน i ในรุ่นการผลิต m จะมีคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ (r_{mip}) ที่พัฒนาด้วยการะบวนการในข้อ 3.8 ตามตารางที่ 5

ตารางที่ 4 รายละเอียดด้านเวลาการทำงานของ
ปัญหาตัวอย่างขนาดเล็ก 2m7t

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7
<i>p</i>	เวลาการทำงานของงานในรุ่นการผลิตที่ 1 (<i>m</i> =1)						
1	1	5	5	3	4	8	6
2	1	5	5	3	4	8	6
3	1.34	7	6.55	4.14	5.24	10.4	7.86
4	1.31	6.55	6.65	3.93	5.56	10.72	7.86
5	1.33	6.9	6.85	4.11	5.4	10.48	7.98
6	1.33	7	6.65	4.11	5.4	11.04	8.1
7	0.64	3.3	3.35	2.01	2.68	5.2	3.66
8	0.6	3.1	3.45	1.95	2.76	5.36	4.02
9	0.65	3.1	3.2	1.92	2.68	5.36	4.02
10	0.68	3.4	3.2	1.92	2.64	5.2	3.72
11	0.64	3.3	3.35	2.01	2.68	5.2	3.66
12	0.6	3.1	3.45	1.95	2.76	5.36	4.02
13	0.65	3.1	3.2	1.92	2.68	5.36	4.02
14	0.68	3.4	3.2	1.92	2.64	5.2	3.72
<i>p</i>	เวลาการทำงานของงานในรุ่นการผลิตที่ 2 (<i>m</i> =2)						
1	1	4	4	3	4	8	5
2	1	4	4	3	4	8	5
3	1.31	5.48	5.56	3.99	5.2	10.88	6.85
4	1.37	5.24	5.28	4.17	5.52	10.64	6.85
5	1.35	5.48	5.44	3.96	5.56	10.48	6.5
6	1.4	5.44	5.4	4.14	5.56	10.56	6.95
7	0.67	2.72	2.68	1.89	2.44	4.96	3.45
8	0.64	2.52	2.76	1.98	2.6	5.04	3.2
9	0.63	2.6	2.56	1.8	2.56	4.96	3.1
10	0.68	2.56	2.64	2.07	2.76	5.28	3.3
11	0.67	2.72	2.68	1.89	2.44	4.96	3.45
12	0.64	2.52	2.76	1.98	2.6	5.04	3.2
13	0.63	2.6	2.56	1.8	2.56	4.96	3.1
14	0.68	2.56	2.64	2.07	2.76	5.28	3.3

ตารางที่ 5 รายละเอียดด้านคะแนนความเสี่ยงด้าน
การยศาสตร์ของปัญหาตัวอย่างขนาดเล็ก 2m7t

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7
<i>p</i>	เวลาการทำงานของงานในรุ่นการผลิตที่ 1 (<i>m</i> =1)						
1	5	5	3	6	5	4	4
2	5	5	3	6	5	4	4
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	999	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	999
7	3	5	2	6	3	4	4
8	5	4	3	5	4	3	3
9	999	4	3	6	5	4	3
10	5	3	2	5	3	2	3
11	3	5	2	6	3	4	4
12	5	4	3	5	4	3	3
13	999	4	3	6	5	4	3
14	5	3	2	5	3	2	3
<i>p</i>	เวลาการทำงานของงานในรุ่นการผลิตที่ 2 (<i>m</i> =2)						
1	4	4	5	4	3	2	5
2	4	4	5	4	3	2	5
3	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0
5	0	999	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	999	0	0
7	3	2	3	3	3	1	3
8	4	2	3	999	3	2	3
9	3	4	4	2	3	1	5
10	3	4	5	4	1	1	3
11	3	2	3	3	3	1	3
12	4	2	3	999	3	2	3
13	3	4	4	2	3	1	5
14	3	4	5	4	1	1	3



จากการแก้ปัญหาการจัดสมดุลปัญหาตัวอย่างที่มีรายละเอียดของปัญหาตัวอย่างตามตารางที่ 3 ถึง ตารางที่ 5 สามารถจัดสมดุลและจัดสรรงานให้กับสายการประกอบที่มีสถานีนงาน (NS) เท่ากับ 4 สถานีนงานได้ตามตาราง 6 ดังนี้

จากตารางที่ 6 ตัวอย่างเชิงตัวเลข (Numerical Example) ของคำตอบของการแก้ปัญหาการจัดสมดุลจะแสดงงานที่ถูกจัดสรรให้กับสถานีนงานในคอลัมน์ t , แรงงานมนุษย์ประจำสถานีนงาน แสดงในคอลัมน์ h , Cobot ประจำสถานีนงาน แสดงในคอลัมน์ r , ทางเลือกประจำสถานีนงาน แสดงในคอลัมน์ as_{kp} , เวลาการทำงานของสถานีนงาน แสดงในคอลัมน์ stt_{mk} และคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ถ่วงน้ำหนักตามเวลา แสดงในคอลัมน์ str_{mk}

โดยเวลาการทำงานของสถานีนงาน (stt_{mk}) สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 29

$$\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot x_{ikp} = stt_{mk} \quad (29) \quad ; \forall k, m$$

และคะแนนความเสี่ยงเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาของสถานีนงาน (str_{mk}) คำนวณได้จากสมการ 30

$$\frac{(\sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot r_{mip} \cdot x_{ikp} + (ct_m - \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} t_{mip} \cdot x_{ikp}))}{ct_m} = str_{mk} \quad (30) \quad ; \forall k, m$$

จากตัวอย่างในตารางที่ 6 ในสถานีนงานที่ 4 ที่ทำงานด้วยทางเลือกการทำงานที่ 10 (แรงงานมนุษย์วัยแรงงานทำงานร่วมกับ Cobot ประเภทที่ 4) ทำการ

ตารางที่ 6 คำตอบจากการแก้ปัญหาตัวอย่าง

สถานี	t	h	r	as_{kp}	stt_{mk}	str_{mk}
1	1, 2	2	2	4	7.9, 6.6	0, 0
2	3, 5	1	4	10	5.8, 5.4	3.2, 3.4
3	6	1	0	1	8, 8	4, 4
4	4, 7	1	4	10	5.6, 5.4	3.8, 3.1

ประกอบงานที่ 4 และงานที่ 7 ซึ่งใช้เวลา 1.92 และ 3.72 ตามลำดับในรุ่นการประกอบที่ 1 และใช้เวลา 2.07 และ 3.33 ตามลำดับในรุ่นการประกอบที่ 2 ทำให้เวลาในการทำงานของสถานีที่ 4 เท่ากับ 5.6 ในรุ่นการประกอบที่ 1 และ 5.4 ในรุ่นการประกอบที่ 2 และมีคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาเท่ากับ 3.8 ในรุ่นการประกอบที่ 1 และ 3.1 ในรุ่นการประกอบที่ 2

4. การทดสอบประสิทธิภาพของวิธี B&C

4.1 ประสิทธิภาพของตัวแบบที่ผ่านการแปลงอสมการเป็นสมการเชิงเส้น

เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของตัวแบบโปรแกรมจำนวนเต็มผสมเชิงเส้น (MILP) ที่ผ่านการแปลงอสมการให้เป็นสมการเชิงเส้น (ใช้สมการที่ 2 ถึง 15 และสมการที่ 21 ถึง 25 แทนสมการที่ 16) ผลการค้นหาคำตอบของตัวแบบได้ถูกเปรียบเทียบกับคำตอบที่ค้นหาด้วยตัวแบบที่ไม่ผ่านการแปลงสมการซึ่งเป็นตัวแบบโปรแกรมจำนวนเต็มผสมไม่เชิงเส้น (MINLP) ที่ไม่ผ่านการแปลงอสมการให้เป็นสมการเชิงเส้น (ใช้สมการที่ 2 ถึง 16) โดยการค้นหาคำตอบด้วยตัวแบบ MILP จะใช้วิธี B&C ผ่านซอฟต์แวร์ IBM ILOG CPLEX 22.1.2 และการค้นหาคำตอบด้วย



ตัวแบบ MINLP จะใช้วิธี Global Solver (Local Search Procedure) ผ่านซอฟต์แวร์ LINGO 19.0 เนื่องจากซอฟต์แวร์ CPLEX ไม่รองรับการค้นหาคำตอบด้วยตัวแบบ MINLP ทั้ง 2 วิธีประมวลผลด้วยคอมพิวเตอร์ Intel Core i5-9400 CPU 2.90GHz RAM 16.0 GB ผลของการเปรียบเทียบจะแสดงในตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงผลการทดลองหาคำตอบในปัญหาขนาดเล็กที่มีจำนวนสถานีงาน NS เท่ากับ 5 และต้นทุนค่าใช้จ่ายด้านหุ่นยนต์ MB เท่ากับ 80 พบว่าคำตอบที่ได้นั้น ตัวแบบที่ไม่ผ่านการแปลงอสมการ (ตัวแบบ MINLP) ให้ผลที่แย่กว่าตัวแบบที่ผ่านการแปลงอสมการเป็นเส้นตรง (MILP) และใช้เวลานานกว่าตัวแบบที่แปลงอสมการเป็นเส้นตรง (MILP) ทำให้สรุปได้ว่าประสิทธิภาพของตัวแบบที่ผ่านการแปลงอสมการเป็นเส้นตรง (MILP) สูงกว่าในการหาคำตอบในงานวิจัยนี้

4.2 ประสิทธิภาพของวิธี B&C

ในส่วนนี้จะนำเสนอการทดลองแก้ปัญหาตัวอย่าง โดยแต่ละปัญหาจะถูกทดลองปัญหาละ 3 ปัญหาย่อย ซึ่งแต่ละปัญหาย่อยมีจำนวนสถานีงาน NS และต้นทุนค่าใช้จ่ายด้านหุ่นยนต์ MB ที่ต่างกัน ในปัญหขนาดเล็กทดลองด้วยการกำหนดจำนวนสถานี NS เท่ากับ 3, 4 และ 5 สถานี กำหนดจำนวนสถานีของปัญหาขนาดกลางเท่ากับ 4, 5 และ 6 สถานี กำหนดจำนวนสถานีของปัญหขนาดใหญ่เท่ากับ 6, 7 และ 8 สถานี ต้นทุนค่าใช้จ่ายด้านหุ่นยนต์ในกรณีที่สถานีงานเท่ากับ 3 จะเริ่มต้นที่ 60 หน่วยและเพิ่มขึ้น 10 หน่วย

ตารางที่ 7 ผลการเปรียบเทียบคำตอบของปัญหขนาดเล็กที่แก้ปัญหาด้วยตัวแบบ MILP และ MINLP

ชื่อปัญหา	NS	MB	CPLEX	time	LINGO	time
2m7t	5	80	16	2.2	16	76.3
3m7t	5	80	12.2	2.1	12.7	1hr
2m8t	5	80	19.7	1.8	21.1	1hr
3m8t	5	80	36.4	2.1	36.8	1hr
2m9t	5	80	12.0	3.1	13.1	1hr
3m9t	5	80	19.2	2.9	21.6	1hr
2m11t	5	80	16.1	4.5	16.1	187
3m11t	5	80	23.3	4.8	24.7	1hr
2m19t	5	80	1.5	48	1.6	1hr
3m19t	5	80	3.5	302	4.3	1hr

ทุกสถานีงาน การค้นหาคำตอบถูกจำกัดระยะเวลาที่ 3600 วินาที

จากผลการทดลอง พบว่าจากจำนวนที่ทำการทดลองทั้งหมด 75 การทดลอง 63 การทดลอง (คิดเป็น 84 เปอร์เซ็นต์) วิธี B&C พบคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) ได้ ซึ่ง 12 การทดลอง (คิดเป็น 16 เปอร์เซ็นต์) ในปัญหขนาดใหญ่ไม่พบคำตอบ

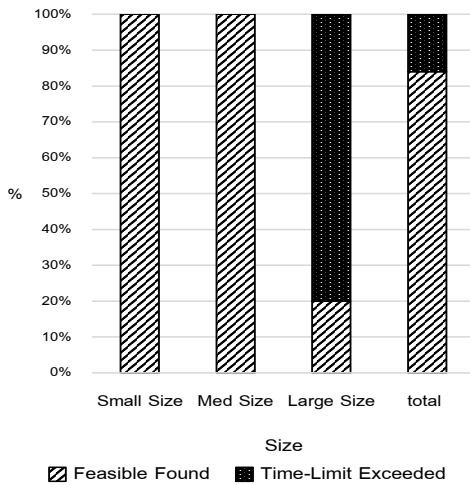
เนื่องจากซอฟต์แวร์ใช้วิธี B&C ค้นหาคำตอบจนถึงเวลาที่กำหนดและได้หยุดทำการค้นหาคำตอบโดยที่ไม่พบคำตอบที่เป็นไปได้ (Time-Limit Exceeded) รูปที่ 1 แสดงกราฟแสดงสัดส่วนของการทดลองที่พบคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution)

จากการทดลอง ยังพบอีกว่า 53 การทดลอง (คิดเป็น 70.6 เปอร์เซ็นต์) วิธี B&C พบคำตอบที่ดีที่สุด (Optimal Solution) (%gap เท่ากับ 0 เปอร์เซ็นต์) ได้



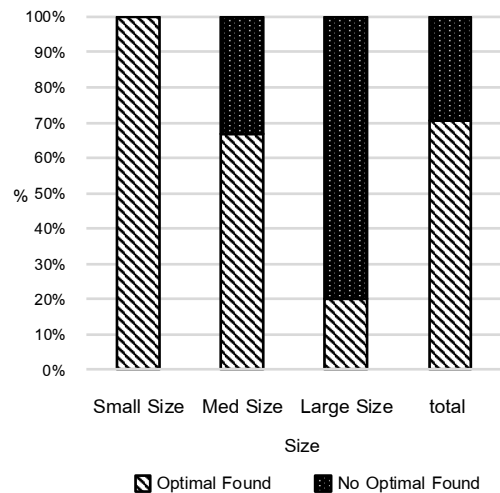
ภายในระยะเวลาที่กำหนด โดยแบ่งเป็นในปัญหาขนาดเล็ก 30 การทดลอง (100 เปอร์เซ็นต์) ปัญหาขนาดกลาง 20 การทดลอง (66.67 เปอร์เซ็นต์) และขนาดใหญ่ 3 การทดลอง (20 เปอร์เซ็นต์) รูปที่ 2

แสดงสัดส่วนการพบ Optimal Solution ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ %gap ในปัญหาแต่ละขนาดแสดงในตารางที่ 8 และรูปที่ 3



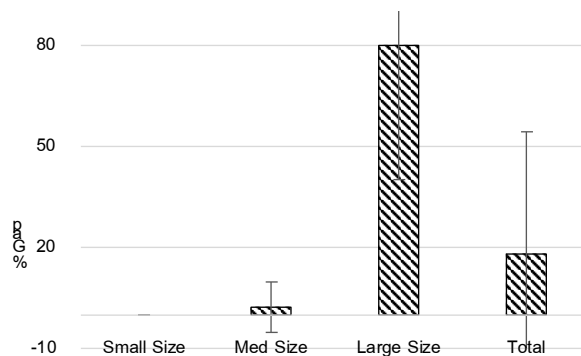
รูปที่ 1 สัดส่วนของการทดลองที่

Feasible Solution



รูปที่ 2 สัดส่วนของการทดลองที่

Optimal Solution และไม่พบ



รูปที่ 3 %gap จากปัญหาเทียบเคียง



ตารางที่ 8 %gap จากปัญหาเทียบเคียง

ขนาด ปัญหา	Small Size	Med Size	Large Size	Total
Mean	0	4.89	80	17.95
SD	0	7.47	40	36.43

4.3 การวิเคราะห์ความไว (Sensitivity Analysis)

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงการทดลองเพื่อวิเคราะห์ความไว (Sensitivity Analysis) ของตัวแบบ ด้วยการปรับพารามิเตอร์ของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะทำการทดลองทั้งหมด 4 การทดลองเพื่อเทียบผลต่างเป็นเปอร์เซ็นต์ของค่าเป้าหมายผลรวมเวลารอบการผลิตทุกรุ่นการผลิต ($\sum_{m \in M} Ct_m$) กับผลการทดลองกรณีพื้นฐาน (Base Case) ซึ่งมีรายละเอียดตามตารางที่ 9 ดังนี้

ตารางที่ 9 รายละเอียดของการทดลองในกรณีพื้นฐาน (Base Case)

หัวข้อ	รายละเอียด
ผังความสัมพันธ์ก่อนหลัง	Jackson, 1956
จำนวนรุ่นการผลิต (NM)	3
จำนวนงาน (NI)	11
จำนวนสถานีงาน (NS)	4
ขีดจำกัดด้านการยศาสตร์ ($limr_h$)	{4, 2}
สัดส่วนผู้สูงอายุ (NA)	20%
งบประมาณด้าน Cobot (MB)	70
เวลาการทำงานร่วมกันของ แรงงานมนุษย์และ Cobot	$t_{mil} \cdot U(0.6, 0.7)$
	$(t_{mi}((NR \cdot h) + NH + r))$

จากตารางที่ 9 จะแสดงให้เห็นว่าโจทย์ปัญหากรณีพื้นฐานจะอ้างอิงผังความสัมพันธ์ก่อนหลังจากปัญหาที่ถูกนำเสนอในงานวิจัยโดย Jackson, 1956 [23] ซึ่งมีงาน (NI) ทั้งหมด 11 งาน และถูกปรับรุ่นการผลิต (NM) ให้เป็นงานประกอบของสินค้า 2 รุ่นการผลิต และจัดสมดุลลงสถานีงาน (NS) เท่ากับ 4 สถานีงานภายใต้เงื่อนไข ขีดจำกัดด้านการยศาสตร์ ($limr_h$) เท่ากับ {4, 2} สัดส่วนผู้สูงอายุ (NA) เท่ากับ 20 เปอร์เซ็นต์ และงบประมาณด้าน Cobot (MB) เท่ากับ 70 หน่วย โดยที่เวลาการทำงานร่วมกันของแรงงานมนุษย์และ Cobot มีสมมติฐานเชิงสุ่มเป็นตามสมการที่ 27

การทดลองที่จะใช้เปรียบเทียบมีทั้งหมด 5 การทดลองได้ถูกเปลี่ยนพารามิเตอร์ 1 พารามิเตอร์และคงพารามิเตอร์ที่เหลือไว้ให้ตรงกับกรณีพื้นฐาน เพื่อแยกอิทธิพลของแต่ละพารามิเตอร์ต่อค่าเป้าหมายคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาของสูงสุดของแต่ละรุ่นการผลิต ซึ่งพารามิเตอร์ที่แตกต่างจากกรณีพื้นฐานจะแสดงในคอลัมน์การทดลองของแต่ละการทดลอง ค่าเป้าหมายผลรวมเวลารอบการผลิตทุกรุ่นการผลิต ($\sum_{m \in M} Ct_m$) และผลต่างจากค่าเป้าหมายในกรณีพื้นฐานจะแสดงในคอลัมน์ obj คอลัมน์ %diff ตามลำดับ และระดับคะแนนความเสี่ยงเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลาสูงสุดของแต่ละรุ่นการผลิตจะแสดงในคอลัมน์ $max(str_{mk})$ ตามตารางที่ 10



ตารางที่ 10 ผลการทดลองการทดสอบความไว

การทดลอง	obj	%diff	max(str _{mk})
SC0: Base case	23.63	0%	3.9, 3.8, 2.9
SC1: $\limr_h = \{3, 1\}$	29.51	+25%	3.3, 3.3, 2.5
SC2: $NA = 0.5$	34.51	+46%	3.3, 3.3, 2.5
SC3: $MB = 35$	31.04	+31%	3.9, 3.4, 3.3
SC4: $t_{mi((NR \cdot h)+NH+r)} = t_{mi1} \cdot U(0.4, 0.5)$;$\forall m, i, r, h$	15.52	-34%	3.6, 3.2, 3.4
SC5: $\limr_h = \{7, 7\}$	22.59	-4%	4.1, 3.9, 3.4

จากผลการทดลองในตารางที่ 10 สามารถตั้งข้อสังเกตได้ดังนี้

1. ในกรณีที่ 1 ด้วยระดับคะแนนความเสี่ยงของงานในกรณีพื้นฐานที่สูง เมื่อลดขีดจำกัดของคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ จะทำให้มีการให้ Cobot ทำงานแทนผู้สูงอายุมากขึ้น และทำให้เวลารอบการผลิต (ค่าเป้าหมาย) สูงขึ้น 25 เปอร์เซ็นต์

2. ในกรณีที่ 2 ด้วยระดับคะแนนความเสี่ยงของงานในกรณีพื้นฐานที่สูง เมื่อเพิ่มสัดส่วนผู้สูงอายุในสายการประกอบขึ้นจะทำให้เวลารอบการประกอบสูงขึ้น 46 เปอร์เซ็นต์

3. ในกรณีที่ 3 เมื่อลดงบประมาณด้านการใช้งาน Cobot ลงครึ่งหนึ่ง จะทำให้มีการให้ Cobot ทำงานในสายการประกอบลดลง และทำให้เวลารอบการผลิต (ค่าเป้าหมาย) สูงขึ้น 31 เปอร์เซ็นต์

4. ในกรณีที่ 4 เมื่อลดเวลาการทำงานร่วมกันของแรงงานมนุษย์และ Cobot ลง 10 เปอร์เซ็นต์จะทำให้เวลารอบการผลิต (ค่าเป้าหมาย) มีค่าลดลง 34 เปอร์เซ็นต์

5. ในกรณีที่ 5 เมื่อตัดขอบเขตด้านการยศาสตร์ (กำหนดขีดจำกัดของคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ให้เป็นค่าสูงสุดของวิธี RULA) ทำให้เวลารอบการผลิต (ค่าเป้าหมาย) มีค่าลดลง 4 เปอร์เซ็นต์ แต่ก็ทำให้คะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลามีค่าเกินระดับปลอดภัยที่ไม่ส่งผลเสียต่อร่างกายในรุ่นการผลิตที่ 1

6. จากปัญหาตัวอย่าง ทั้ง 5 การทดลองย่อยวิธี B&C สามารถค้นหาคำตอบที่ดีที่สุด (Optimal Solution) ได้ภายในเวลาที่กำหนด

4.4 คุณภาพของคำตอบที่พัฒนาด้วยวิธี B&C ภายในระยะเวลาที่กำหนด

ในส่วนนี้จะกล่าวถึงตัวอย่างของการพัฒนาคำตอบด้วยวิธี B&C ภายในเวลาที่กำหนด ซึ่งจะแสดงในรูปแบบแผนภูมิ %gap และเวลาในหน่วยวินาที

โดยปัญหาตัวอย่าง 10 ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ขนาด (เล็ก กลาง และใหญ่) ตามจำนวนงาน (NI) แต่ละขนาดปัญหาถูกแบ่งย่อยออกอีก เป็น 2 จำนวนรุ่นการผลิต (NM) ปัญหาในขนาดและรุ่นการผลิตที่กำหนดจะถูกทดสอบ 2 ครั้งด้วยจำนวนสถานีงานที่



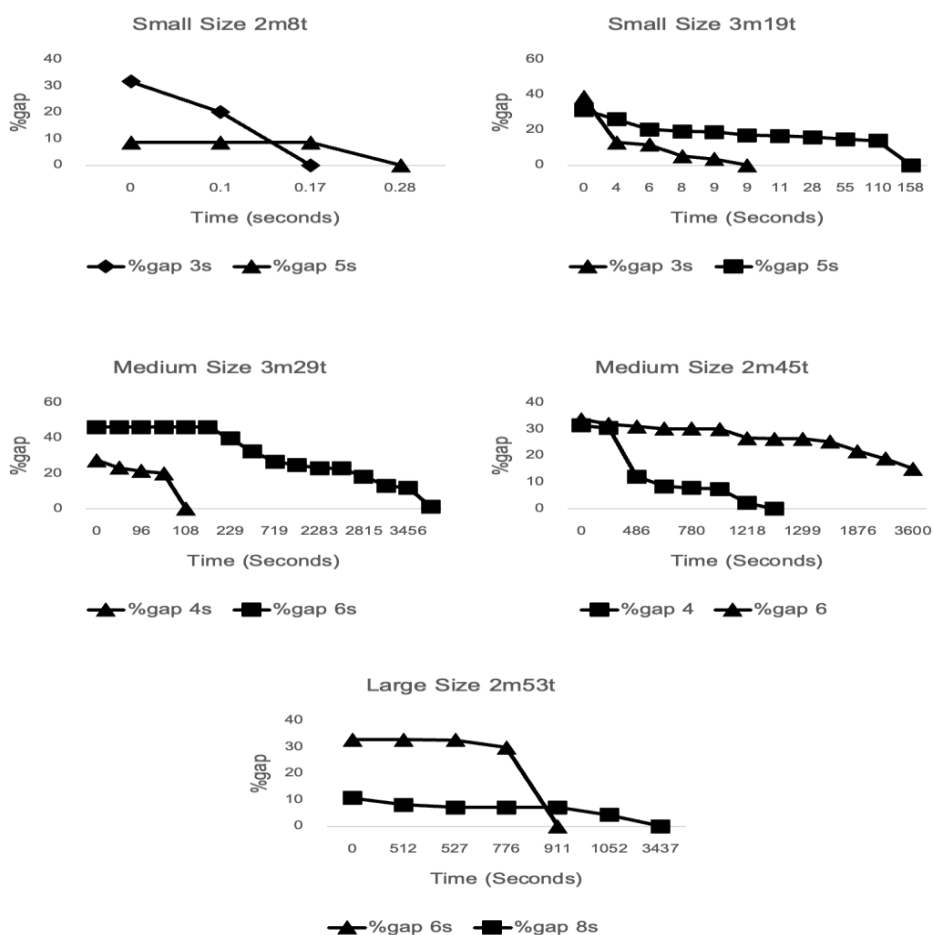
ไม่เท่ากัน เพื่อแสดงถึงอิทธิพลของงานชิ้นงานที่มีต่อระยะเวลาในการค้นหาคำตอบที่ดีที่สุด

ปัญหาที่ถูกยกมาเป็นตัวอย่างมีรายชื่อและรายละเอียดตามตารางที่ 11

การทดลองกับปัญหาในตารางที่ 11 แสดงเป็นแผนภูมิในรูปที่ 4

ตารางที่ 11 รายละเอียดปัญหาที่ใช้ในการทดสอบ

ชื่อปัญหา	NM	NI	ปัญหาอ้างอิง	NS
2m8t	2	8	[24]	3, 5
3m19t	3	19	[25]	3, 5
2m29t	2	29	[26]	4, 6
3m45t	3	45	[27]	4, 6
2m53t	2	53	[28]	6, 8



รูปที่ 4 แผนภูมิ %gap และเวลาในการพัฒนาคำตอบ



จากรูปที่ 4 จะแสดงแผนภูมิแบบเส้นที่แสดง %gap และเวลาในการพัฒนาคำตอบของการแก้ปัญหาการจัดสมดุลด้วยวิธี B&C

โดยในแต่ละรูปย่อจะเป็นการพัฒนาคำตอบของปัญหาแต่ละปัญหตามตารางที่ 11 และเส้นกราฟแต่ละเส้นจะแสดงการพัฒนาคำตอบด้วยจำนวนสถานีงานที่แตกต่างกันตามตารางที่ 11

จากการทดลองพบว่าในปัญหาขนาดเดียวกัน การเพิ่มจำนวนสถานีงาน จะส่งผลถึงเวลาที่ใช้ในการพัฒนาคำตอบจนได้คำตอบที่ดีที่สุดอย่างชัดเจน โดยสามารถสังเกตได้จากความชันของแผนภูมิ ซึ่งสามารถเห็นได้ชัดในปัญหาขนาดกลางและใหญ่ ที่มีจำนวนสถานีมากจะทำให้เวลาที่ใช้เพิ่มขึ้นจนเกือบถึงขีดจำกัดเวลาที่กำหนดในปัญหาขนาดใหญ่ จึงสามารถสรุปขนาดของปัญหาที่เหมาะสมกับวิธี B&C ได้ว่าเป็นปัญหาขนาดเล็กถึงกลาง (จำนวนงาน (NI) ไม่เกิน 45 งาน) ที่มีจำนวนสถานีงาน (NS) ไม่เกิน 6 สถานีงาน

5. บทสรุปงานวิจัย

ในงานวิจัยครั้งนี้สามารถสรุปได้ดังนี้

— งานวิจัยนี้ได้พัฒนาตัวแบบโปรแกรมจำนวนเต็มผสมเชิงเส้น (MILP) สำหรับแก้ปัญหาการจัดสมดุลสายการประกอบหลายรุ่นการผลิตที่แรงงานมนุษย์ทั้งแรงงานวัยทำงานและผู้สูงอายุทำงานร่วมกับ Cobot โดยคำนึงถึงความเสี่ยงด้านการยศาสตร์เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักตามเวลา ที่มีเป้าหมายที่การลดเวลารอบการผลิต และทดสอบประสิทธิภาพด้วยการทดลองแก้ปัญหาด้วยวิธี B&C ผ่านซอฟต์แวร์ IBM ILOG

CPLEX 22.1.2 กับปัญหาเทียบเคียง (Benchmark Problem) ที่สร้างโดยอิงปัญหาเทียบเคียงดั้งเดิมจาก www.assembly-line-balancing.de

— จากการทดสอบประสิทธิภาพพบว่าวิธี B&C สามารถจัดสมดุลและพบคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) อย่างมีประสิทธิภาพในทุกขนาดปัญหา (84 เปอร์เซ็นต์ จาก 75 การทดลอง) นอกจากนี้ยังพบคำตอบที่ดีที่สุด (Optimal Solution) ในปัญหาขนาดเล็กทั้งหมดและส่วนใหญ่ในปัญหขนาดกลาง (67 เปอร์เซ็นต์)

— แนวทางจากงานวิจัยนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสายการประกอบที่มีความอันตรายด้านการยศาสตร์ หรือใช้รับมือกับปัญหาแรงงานที่มีอายุเพิ่มสูงขึ้นในสายการประกอบ ด้วยการบูรณาการ Cobot มาทำงานร่วมกับมนุษย์อย่างปลอดภัยในด้านการยศาสตร์ เพราะแรงงานที่อายุเพิ่มขึ้นจะรับความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ได้ลดลง

— จากการวิเคราะห์ความไวของตัวแบบทางคณิตศาสตร์พบว่า การลดคะแนนความเสี่ยงด้านการยศาสตร์, การเพิ่มจำนวนสัดส่วนผู้สูงอายุ และการลดงบประมาณด้านการใช้งาน Cobot ลงครั้งหนึ่ง จะส่งผลทำให้ค่าเป้าหมาย (ผลรวมเวลารอบการผลิต) เพิ่มขึ้น 25, 46 และ 31 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ ส่วนการลดเวลาการทำงานของการทำงานร่วมกันระหว่างแรงงานมนุษย์ทุกช่วงวัยกับ Cobot การยกเลิกข้อจำกัดด้านการยศาสตร์จะส่งผลให้ค่าเป้าหมายผลรวมเวลารอบการผลิตทุกรุ่นการผลิต ($\sum_{m \in M} C_m$) มีค่าลดลง 34 และ 4 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ



— ทั้งนี้หากนำตัวแบบไปประยุกต์ใช้ในสายการประกอบสินค้าอื่น ๆ ที่มีท่าทางการทำงานผิดธรรมชาติ (เช่น สายการประกอบรถยนต์, เครื่องใช้ไฟฟ้า หรือผลิตภัณฑ์อาหาร) สามารถปรับสมการที่ 30 ให้มีค่าตามการประเมินความเสี่ยงด้านการยศาสตร์ของสายการประกอบนั้น ๆ ได้ และหากต้องการปรับเปลี่ยนขีดจำกัดของระดับคะแนนความเสี่ยงสามารถปรับเปลี่ยนพารามิเตอร์ $limr_h$ ให้เหมาะสมได้ หากสัดส่วนของผู้สูงอายุมีการเปลี่ยนแปลงตามบริบทสังคม ตัวแบบสามารถปรับสัดส่วนของผู้สูงอายุได้ด้วยพารามิเตอร์ NA

— ปัญหาขนาดกลางที่มีจำนวนสถานีงาน NS มากขึ้นไม่แนะนำให้ใช้วิธี B&C เพราะไม่พบคำตอบที่ดีที่สุดได้ภายในเวลาที่กำหนด เช่นเดียวกับในกรณีของปัญหาขนาดใหญ่ ไม่แนะนำให้ใช้วิธี B&C เพราะส่วนใหญ่ (80 เปอร์เซ็นต์) ไม่พบคำตอบที่เป็นไปได้ภายในเวลาที่กำหนด (Time-Limit Exceeded)

— ด้วยความยากของปัญหาที่เป็นระดับ NP-Hard ที่มีความซับซ้อนของปัญหาทำให้เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาการตัดสินใจเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดไม่เป็นฟังก์ชันพหุนามของอินพุต ทำให้ในอนาคต หากต้องแก้ปัญหาขนาดใหญ่ควรมีการพัฒนาอัลกอริทึมแบบเมตาฮิวริสติก (Metaheuristics) เพื่อใช้ในการค้นหาคำตอบในปัญหาที่ใหญ่ขึ้นและจำนวนสถานีงานมากขึ้นต่อไป

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] <https://population.un.org> (Access on 10 August 2025)
- [2] L. McAtamney and E. Nigel, RULA: A survey method for the investigation of work-related upper limb disorders, *Applied Ergonomics*, 1993, 24(2), 91-99.
- [3] C. Jaturanonda and S. Nanthavanij, Heuristic procedure for two-criterion assembly line balancing problem, *Industrial Engineering and Management Systems*, 2006, 5(2), 84-96.
- [4] C. Jaturanonda, S. Nanthavanij and S. Das, Heuristic procedure for the assembly line balancing problem with postural load smoothness, *International Journal of Occupational Safety and Ergonomics*, 2013, 19(4), 531-541.
- [5] ISO/TS 15066:2016 Robots and Robotic Devices — Collaborative Robots, 2016.
- [6] C. Weckenborg, K. Kieckhäfer, C. Müller, M. Grunewald and T. Spengler, Balancing of assembly lines with collaborative robots, *Business Research*, 2019, 1-40
- [7] G. Bruno and D. Antonelli, Dynamic task classification and assignment for the management of human-robot collaborative teams in workcells, *The International Journal of Advanced Manufacturing*, 2018, 98(9-12), 2415-2427

- [8] <https://www.ibm.com/docs/en/cofz/12.10.0?topic=concepts-branch-cut-in-cplex> (Access on 10 August 2025)
- [9] K. Stecke and M. Mokhtarzadeh, Balancing collaborative human–robot assembly lines to optimise cycle time and ergonomic risk, *International Journal of Production Research*, 2022, 60(1), 25-47
- [10] C. Sikora and C. Weckenborg, Balancing of assembly lines with collaborative robots: comparing approaches of the Benders' decomposition algorithm, *International Journal of Production Research*, 2023, 61(15), 5117-5133.
- [11] C. Weckenborg and T. Spengler, Assembly Line Balancing with Collaborative Robots under consideration of Ergonomics: a cost-oriented approach, *IFAC-PapersOnLine*, 2019, 52(13), 1860-1865.
- [12] M. Mokhtarzadeh, M. Rabbani and N. Manavizadeh, A novel two-stage framework for reducing ergonomic risks of a mixed-model parallel U-shaped assembly-line, *Applied Mathematical Modelling*, 2021, 93, 597-613.
- [13] L. Tiacchi, Assigning rest times to workers in assembly lines with ergonomically hazardous tasks: An approach to defend companies' profitability, *International Journal of Production Research*, 2024, 62(4), 1239-1261.
- [14] O. Polat, Ö. Mutlu, and E. Özgormus, A mathematical model for assembly line balancing problem type 2 under ergonomic workload constraint, *The Ergonomics Open Journal*, 2018, 11(1), 1-10.
- [15] H. Daneshmandi, D. Kee, M. Kamalinia, M. Oliaei and H. Mohammadi, An ergonomic intervention to relieve musculoskeletal symptoms of assembly line workers at an electronic parts manufacturer in Iran, *Work*, 2018, 61(4), 515–521.
- [16] K. Bouillet, S. Lemonnier, F. Clanche and G. Gauchard, Does the introduction of a cobot change the productivity and posture of the operators in a collaborative task?, *PloS One*, 2023, 18(8), e0289787.
- [17] K. Tung, Y. Fukumura, N. Baker, J. Forrest and S. Roll, Identifying an optimal sampling method to estimate postural risk in a dynamic work task, *Proceedings of the Human Factors and Ergonomics Society Annual Meeting*, 63(1), 1028-1033.

- [18] A. Börsch-Supan and M. Weiss, Productivity and age: Evidence from work teams at the assembly line, *The Journal of the Economics of Ageing*, 2016, 7, 30-42.
- [19] G.P. McCormick, Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: Part I — Convex underestimating problems. *Mathematical Programming*, 1976, 10, 147-175.
- [20] A. Quenehen, N. Klement, A. Abdeljaouad, L. Roucoules and O. GIBARU, Economic and ergonomic performance enhancement in assembly process through multiple collaboration modes between human and robot, *International Journal of Production Research*, 2022, 61(5), 1517-1531.
- [21] E. Stecké and M. Mokhtarzadeh, Balancing collaborative human–robot assembly lines to optimise cycle time and ergonomic risk, *International Journal of Production Research*, 2021, 60(1), 25-47.
- [22] P. Mertens, Fließbandabstimmung mit dem Verfahren der begrenzten enumeration nach Müller- Merbach, *Ablauf- und Planungsforschung*, 8, 429 - 433.
- [23] J. Jackson, A computing procedure for a line balancing problem, *Management Science*, 1956, 2(3), 261-271.
- [24] E. Bowman, Assembly-line balancing by linear programming, *Operations Research*, 1967, 8(3), 385-389.
- [25] N. Thomopoulos, Line Balancing- Sequencing for mixed-model assembly, *Management Science*, 1967, 14(2), 59-75.
- [26] G. Buxey, Assembly line balancing with multiple stations, *Management Science*, 1974, 20(6), 1010-1021.
- [27] M. Kilbridge and L. Wester, A review of analytical systems of line balancing, *Operations Research*, 1962, 10(5), 626 - 638.
- [28] R. Hahn, *Produktionsplanung bei Linienfertigung*, De Gruyter, Berlin, Germany, 1972.