

## แบบจำลองการถ่ายเทความร้อนและมวลในการอบแห้งข้าวกล้องเมล็ดเดียว

ปรีดา ปรากฏมาก<sup>1</sup>

### บทคัดย่อ

ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ประสิทธิผลของน้ำ ( $D_{eff}$ ) สามารถช่วยเลือกเงื่อนไขสภาวะแวดล้อมที่เหมาะสมสำหรับเก็บรักษาข้าวที่ความชื้นอากาศแวดล้อมค่าหนึ่ง และเป็นพารามิเตอร์ที่ความจำเป็นสำหรับออกแบบและจำลองกระบวนการอบแห้ง งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์สามมิติในการจำลองการถ่ายเทความร้อนและมวลสารระหว่างกระบวนการอบแห้งข้าวกล้อง การศึกษานี้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สร้างขึ้นจะพิจารณาให้มีสองขอบเขตคือชั้นเยื่อหุ้มเมล็ด (Bran) และเนื้อขาว (Endosperm) ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำในเยื่อหุ้มและเนื้อขาวคำนวณจากการหาค่าผิดพลาดกำลังสองน้อยที่สุด (RMSE) ระหว่างค่าความชื้น

จากผลการทดลองกับค่าที่ทำนายจากแบบจำลอง ผลการทำ Simulation พบว่าแบบจำลองคณิตศาสตร์สามารถทำนายความชื้นในข้าวกล้องอย่างแม่นยำและช่วยให้เกิดความเข้าใจกระบวนการถ่ายเทมวลในส่วนของเยื่อหุ้มและเนื้อขาวได้เป็นอย่างดี ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ในส่วนประกอบต่างๆ ของข้าวกล้องมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญกับอุณหภูมิอากาศร้อนที่เพิ่มขึ้น ( $P < 0.05$ ) ค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำในชั้นเยื่อหุ้มและเนื้อขาวมีค่าเท่ากับ  $(6.46 \pm 1.9) \times 10^{-10}$  และ  $(7.81 \pm 2.4) \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s ตามลำดับ

**คำสำคัญ:** ข้าวกล้อง อบแห้ง สัมประสิทธิ์การแพร่ไฟไนต์เอลิเมนต์

<sup>1</sup> อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ กำแพงแสน มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน โทรศัพท์ 08-1711-9781 อีเมล: fengpdpr@ku.ac.th



## Modeling Heat and Mass Transfer in Drying of Single-kernel Brown Rice

Preeda Prakotmak<sup>1</sup>

### Abstract

Effective moisture diffusivity ( $D_{eff}$ ) can also help in making decisions on whether rice at particular moisture can be exposed to dry or humid environmental conditions and it is necessary for designing and modeling the drying process. This research aims to develop a three-dimensional mathematical model that is able to simulate the transport of heat and mass within brown rice during hot air drying. In this study, the finite element modeling of brown rice consists of two isotropic regions namely endosperm and bran. The moisture diffusivities in different components (bran and endosperm) of brown rice were determined by minimizing the sum of square of deviations between

the predicted and the experimental values of average moisture content during thin layer drying. The simulation results showed that the model simulates the moisture contents in brown rice well and it provides a better understanding of the transport processes in the different components of the brown rice. Moisture diffusivities of brown rice components were found to significantly increase ( $P < 0.05$ ) with the increase in drying air temperature. The mean diffusivity values of bran and endosperm are  $(6.46 \pm 1.9) \times 10^{-10}$  and  $(7.81 \pm 2.4) \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s respectively.

**Keywords:** Brown Rice, Drying, Effective Diffusivity, Finite Element

<sup>1</sup> Lecturer, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kamphaengsaen, Kasetsart University, Tel. 08-1711-9781, E-mail: fengpdpr@ku.ac.th

## 1. บทนำ

ข้าวกล้องเป็นข้าวที่ผ่านเพียงกระบวนการกะเทาะเปลือก จึงทำให้สารอาหารเช่น โปรตีน วิตามิน และไขมันที่อยู่ในชั้นเยื่อหุ้มเมล็ดยังคงอยู่ครบถ้วน และเป็นที่ต้องการของผู้บริโภค โดยทั่วไปข้าวกล้องจำเป็นต้องลดความชื้นให้เหลือประมาณ 12-14% มาตรฐานเปียก เพื่อความปลอดภัยในการเก็บรักษา ระหว่างกระบวนการทำแห้ง อุณหภูมิผิวของเมล็ดจะเข้าสู่ความชื้นสมดุลกับลมร้อนอย่างรวดเร็ว แต่การแพร่ของความชื้นบริเวณกึ่งกลางเมล็ดเป็นไปได้ช้า ทำให้เกิดความแตกต่างของความชื้นภายในเมล็ด ซึ่งความแตกต่างของความชื้นดังกล่าวเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้เมล็ดข้าวเกิดการแตกร้าว

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายกระบวนการอบแห้งข้าวมีมานานหลายสิบปี วัตถุประสงค์ของนักวิจัยที่พัฒนาแบบจำลองเหล่านี้ขึ้นมาส่วนใหญ่เพื่อทำนายการกระจายตัวของความชื้นและอุณหภูมิภายในเมล็ดข้าว นอกจากนี้ข้อมูลที่ได้จากแบบจำลองยังสามารถช่วยเลือกระดับความชื้นที่เหมาะสมในระหว่างการแปรรูปและเก็บรักษาที่เงื่อนไขสภาวะอากาศแวดล้อมที่ต่างกันได้

Steffe และ Singh [1] สร้างแบบจำลองทรงกลมสำหรับเมล็ดข้าวเปลือก ด้วยการสร้างชั้นเนื้อข้าว (Endosperm) ให้ถูกโอบล้อมด้วยชั้นเยื่อหุ้มเมล็ด (Bran) และกลีบ (Husk) เรียงเป็นลำดับชั้นและกำหนดให้การแพร่เป็นแบบ 1 มิติเท่านั้นเพื่อความง่ายในการแก้หาผลเฉลยสำหรับงานวิจัยอื่นๆ ได้พยายามกำหนดรูปร่างโดเมนให้ใกล้เคียงกับเมล็ดข้าวจริง ช่วยให้การทำนายความชื้นได้ค่าที่แม่นยำมากยิ่งขึ้น

Lu & Siebenmorgen [2] Sarkar และคณะ [3] Igathinathane & Chattopadhyay [4] Yang และคณะ [5] ได้นำเสนอการสร้างแบบจำลองให้ข้าวมีรูปทรงคล้ายลูกรีบี่เพื่อศึกษาทิศทางการแพร่ของความชื้นใน 3 มิติ ส่วนงานวิจัยของ Ece และ Cihan [6] เลือกสร้างแบบจำลองเมล็ดข้าว เป็นทรงกระบอกสั้นเนื่องจากตั้งสมมติฐานที่ทำให้เกิดการแพร่ในสองทิศทางเท่านั้น

ทั้งวิธี Analytical และ Numerical Solutions สามารถหาผลเฉลยของสมการการแพร่ของน้ำและการถ่ายเทความร้อนแต่ Analytical Solutions มีข้อจำกัดในการจำลองสมบัติภายในข้าวเปลือกที่ไม่ต่อเนื่องกัน เนื่องจากเมล็ดข้าวประกอบไปด้วยเนื้อข้าว ชั้นเยื่อหุ้ม และเปลือกซึ่งมีสมบัติทางกายภาพที่แตกต่างกัน ดังนั้น Numerical Methods ได้แก่ Finite Difference และ Finite Element Methods มักนิยมใช้หาผลเฉลยมากกว่าวิธีผลเฉลยแม่นยำตรง Steffe & Singh [1] Meeso และคณะ [7] ใช้ระเบียบวิธี Finite Difference ในแบบจำลองการแพร่แบบมิติเดียวภายในเมล็ดข้าวรูปทรงกลม Igathinathane & Chattopadhyay [4] สร้างแบบจำลองการแพร่แบบสองมิติในเมล็ดข้าวรูปทรงรีด้วยระเบียบวิธี Finite Difference อย่างไรก็ตามวิธี Finite Difference ยังไม่เหมาะกับการแก้ปัญหาแบบ 3 มิติ ตลอดจนปัญหาที่เนื้อวัสดุมีสมบัติทางกายภาพแตกต่างกัน ในการศึกษาที่ผ่านมานักวิจัยหลายท่านได้เลือกใช้ระเบียบวิธี Finite Element ในแบบจำลองการอบแห้งข้าว [2], [3], [5] เนื่องจากมีความยืดหยุ่นและความเหมาะสมสำหรับรูปร่างปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่า ความเข้าใจกระบวนการถ่ายเทมวลเป็นองค์ประกอบสำคัญสำหรับการผลิตข้าวให้มีคุณภาพและช่วยลดการใช้พลังงาน นอกจากนี้ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ประสิทธิผลของน้ำ ( $D_{eff}$ ) ยังสามารถช่วยเลือกเงื่อนไขสภาวะแวดล้อมที่เหมาะสมสำหรับเก็บรักษาข้าวและเป็นพารามิเตอร์ที่จำเป็นในการจำลองกระบวนการอบแห้งอีกด้วย อย่างไรก็ตามการศึกษาและการรายงานค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ประสิทธิผลของน้ำภายในส่วนประกอบของเมล็ดข้าวกล้องยังมีข้อมูลอยู่อย่างจำกัด

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาแบบจำลองการอบแห้งข้าวกล้องโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมถ่ายเทมวลและความร้อนภายในเมล็ดข้าวกล้องในระหว่างการอบแห้งและเป็นแนวทางปรับปรุงกระบวนการผลิตข้าวกล้อง พร้อมทั้งและคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำเพื่อใช้เป็นข้อมูลสำหรับจำลองการอบแห้ง

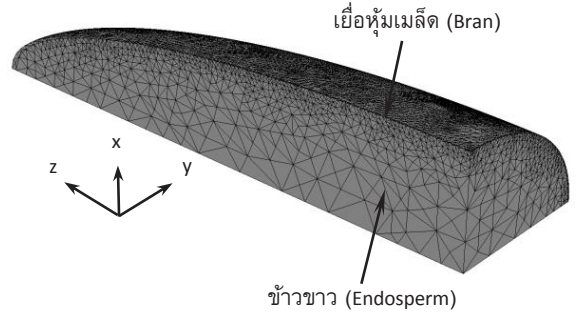
## 2. อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

### 2.1 ทดลองศึกษาจลนศาสตร์การอบแห้ง

นำข้าวเปลือกหอมมะลิ 105 มากะเทาะเปลือกด้วยเครื่องกะเทาะเปลือกและแบ่งตัวอย่างไปขัดขาวจะได้ข้าวกล้องและข้าวสารหอมมะลิ ตามลำดับ เตรียมความชื้นให้กับข้าวด้วยวิธีให้ความชื้นซ้ำ (Rewetting) ตามมาตรฐานการหาความชื้นของ Association of Official Agricultural Chemistry [8] จนข้าวมีความชื้น 23% w.b. หลังจากนั้นทำการอบแห้งด้วยอากาศร้อน เครื่องอบแห้งประกอบไปด้วยฮีตเตอร์ 12 kW ควบคุมอุณหภูมิโดย PID Controller ความแม่นยำ  $\pm 1^{\circ}\text{C}$  พัดลมแบบใบพัดโค้งหลังขนาดมอเตอร์ 1.5 kW โดยอากาศที่ผ่านการอบแห้งถูกหมุนเวียนกลับมาใช้ใหม่โดยผสมกับอากาศใหม่ที่ดูดเข้ามาในระบบความชื้นเริ่มต้นของข้าวสารและข้าวกล้อง 23% w.b. ความชื้นสุดท้าย 14% w.b. อุณหภูมิอากาศอบแห้ง 48, 54 และ  $60^{\circ}\text{C}$  ความหนาของชั้นเมล็ด 10 mm และอัตราการไหลจำเพาะของอากาศ  $5.5 \text{ m}^3/\text{s}\cdot\text{m}^3 \text{ grain}$  ความเร็วอากาศอบแห้งในเครื่องอบแห้งเท่ากับ  $0.52 \text{ m/s}$  ระหว่างการอบแห้งจะวัดอุณหภูมิเมล็ดข้าวด้วยเทอร์โมคัปเปิล T-type โดยการวางในชั้นของเมล็ด 5 จุด แล้วบันทึกอุณหภูมิตัวเครื่องบันทึกข้อมูล (Yokogawa, DX 122, Tokyo, Japan) ทำซ้ำการทดลอง 3 ครั้งและรายงานผลเป็นค่าเฉลี่ย

### 2.2 รูปร่างเมล็ดข้าว

เมล็ดข้าวมีขนาดและรูปร่างที่แตกต่างกัน โครงสร้าง ความหนาของเมล็ดและเปลือกไม่เท่ากันตามลักษณะสายพันธุ์ ในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างให้รูปร่างของเมล็ดแบบง่าย เช่น ทรงกลม (Sphere) ทรงกระบอก (Cylinder) หรือทำให้รูปร่างใกล้เคียงกับเมล็ดจริงมากขึ้น เช่น ทรงลูกรักบี้ (Prolate Spheroid) ทรงวงรี (Ellipse) เป็นต้น เมื่อพิจารณาตามอัตราส่วนด้านกว้างและยาวของเมล็ดข้าว สามารถแบ่งได้ 3 ชนิด คือข้าวขนาดยาว กลาง และสั้น โดยมีอัตราส่วนด้านกว้างต่อยาวเท่ากับ 3, 2-2.9 และ 2.0 ตามลำดับ [9] การเลือกขนาดและรูปร่างของข้าวขึ้นอยู่กับกรณีศึกษา



รูปที่ 1 จำลอง Mesh บน 1/8 ของเมล็ดข้าวกล้องที่จำนวน 17333 เอลิเมนต์



รูปที่ 2 ความต้านทานการเคลื่อนที่ของน้ำในแบบจำลอง

และระเบียบวิธีที่ใช้สร้างแบบจำลอง ในงานวิจัยนี้ได้สร้างแบบจำลองข้าวกล้องให้มีรูปทรงรี (Ellipse) โดยมีความยาวของแกนทั้งสามด้านไม่เท่ากันดังแสดงในตารางที่ 1

ในระหว่างการอบแห้งข้าวจะเกิดการหดตัวทำให้ระดับความชื้นเปลี่ยนแปลงตามขนาดของเมล็ดข้าวเล็กน้อย แต่เพื่อความไม่ซับซ้อนในการสร้างแบบจำลองงานวิจัยนี้ได้สมมติให้ข้าวไม่เปลี่ยนแปลงรูปร่างระหว่างการอบแห้ง และเนื่องจากความสมมาตรของรูปทรงเพื่อความรวดเร็วในการคำนวณและง่ายในการสังเกตความชื้นและความร้อนภายในเมล็ดจึงพิจารณาปริมาตรเป็น 1/8 ของเมล็ดเต็มดังแสดงในรูปที่ 1

### 3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองที่สร้างขึ้นในงานวิจัยนี้จะอธิบายปรากฏการณ์การแพร่ของน้ำและการนำความร้อนโดยไม่คิดช่องว่างอากาศที่อยู่ระหว่างเนื้อข้าวและเยื่อหุ้มเนื่องจากมีผลกระทบต่อการคำนวณน้อยมาก ดังนั้นสามารถเขียนความต้านทานการเคลื่อนที่ของน้ำในแบบจำลองได้ดังรูปที่ 2

ในงานวิจัยนี้ได้รวบรวมตัวแปร และสมบัติต่างๆ เพื่อใช้ในแบบจำลองการอบแห้งข้าวกล้องดังแสดงในตารางที่ 1-3

**ตารางที่ 1** ขนาดเมล็ดข้าวหอมมะลิ 105 ที่ความชื้น 19% d.b.

ชนิดข้าว	ความยาว (L, mm)	ความกว้าง (W, mm)	ความหนา (Th, mm)
ข้าวสาร	7.50 ± 0.22	2.11 ± 0.12	1.88 ± 0.07
ข้าวกล้อง	7.58 ± 0.32	2.21 ± 0.10	1.90 ± 0.18

**ตารางที่ 2** ค่าสมบัติทางความร้อนของอากาศ น้ำและคุณสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกที่ใช้ในแบบจำลอง [10],[11]

สมการ	ตัวแปร	ความหมาย
(1)	$c_a$	$c_a = 1.00926 \times 10^3 - 4.0403 \times 10^2 (T) + 6.1759 \times 10^4 (T^2) - 4.097 \times 10^{-7} (T^3)$
(2)	$k_a$	$k_a = 2.425 \times 10^{-2} + 7.889 \times 10^{-5} (T) - 1.790 \times 10^{-8} (T^2) - 8.570 \times 10^{-12} (T^3)$
(3)	$\rho_a$	$\rho_a = 101.325 / (0.287 T_{abs})$
(4)	$\mu_a$	$\mu_a = 1.691 \times 10^{-5} + 4.984 \times 10^{-8} (T) - 3.187 \times 10^{-11} (T^2) + 1.319 \times 10^{-14} (T^3)$
(5)	$D_{wa}$	$D_{wa} = 2.775 \times 10^{-6} + 4.479 \times 10^{-8} (T - 273.15) + 1.656 \times 10^{-10} (T - 273.15)^2$
(6)	$R_e$	$R_e = \rho_a \cdot U \cdot D_p / \mu_a$
(7)	$S_c$	$S_c = \mu_a / (\rho_a \times D_{wa})$
(8)	$S_h$	$S_h = 2 + (0.6 R_e^{0.5} S_c^{0.33})$
(9)	$h_m$	$h_m = (S_h \times D_{wa} / D_p)$
(10)	$N_u$	$N_u = (0.46 R_e^{0.5}) + (0.00128 R_e)$
(11)	$h_T$	$h_T = (N_u \cdot k_a) / D_p$
(12)	$h_{fg}$	$h_{fg} = (1 + (2.496 \exp(-21.733/M))) \times (2502 - 2.386T) \times 1000$

เมื่อ  $c_a$  = ความร้อนจำเพาะของอากาศ (J/kg·K),  $k_a$  = ค่าการนำความร้อนในอากาศ (W/m·K),  $\rho_a$  = ความหนาแน่นของอากาศ (kg/m<sup>3</sup>),  $\mu_a$  = สัมประสิทธิ์ความหนืดของอากาศ (kg/m·s),  $D_{wa}$  = สัมประสิทธิ์การแพร่ของไอน้ำในอากาศ (m<sup>2</sup>/s),  $R_e$  = Reynold Number,  $S_c$  = Schmidt Number,  $S_h$  = Sherwood Number,  $h_m$  = สัมประสิทธิ์การพามวล (m/s),  $N_u$  = Nussel Number,  $h_T$  = สัมประสิทธิ์การพาความร้อน (W/m<sup>2</sup>·K),  $h_{fg}$  = ความร้อนแฝงของการระเหย (J/kg),  $T$  = อุณหภูมิอากาศ (°C)

**ตารางที่ 3** ค่าสมบัติทางความร้อนและทางกายภาพของข้าวขาวและเยื่อหุ้ม

สมการ	ตัวแปร	สมการเอมไพริคัลและค่าคงที่
(13)	$D_p$	$D_p = (4L((W + Th)/4)^2)^{1/3}$
(14)	$\rho_i$	$\rho_i = d_i \frac{1456 + 705M}{1 + M}$ [12] โดย $d_i = 1.493$ สำหรับ $i =$ เยื่อหุ้ม $d_i = 1.257$ สำหรับ $i =$ ข้าวขาว
(15)	$c_{p,r}$	$c_{p,r} = 1202 + 381 \left( \frac{M}{1 + M} \right)$
(16)	$c_{p,b}$	$c_{p,b} = 1180 + 3766 \left( \frac{M}{1 + M} \right)$
(17)	$k_r$	$k_r = \left( 0.0637 + 0.0958 \left( \frac{M}{1 + M} \right) \right) / \left( 0.656 + 0.475 \left( \frac{M}{1 + M} \right) \right)$
(18)	$k_b$	$k_b = -0.0094 + (3.87 \times 10^{-3}) \left( \frac{M}{1 + M} \right) + 6.19 \times 10^{-4} (T) + (3.14 \times 10^{-4}) (\rho_i)$
(19)	$M_i$	$M_i = 0.3$
(20)	$T_i$	$T_i = 48, 54$ และ $60$
(21)	$V$	$V = 1.18669 \times 10^{-7}$
(22)	$A$	$A = 3.57416 \times 10^{-4}$

$D_p$  = เส้นผ่านศูนย์กลางเทียบเท่าของเมล็ดข้าว (m),  $\rho_i$  = ความหนาแน่นในส่วนประกอบเมล็ดข้าว (kg/m<sup>3</sup>),  $M$  = ความชื้นเฉลี่ย (kg/kg d.b.),  $T_i$  = อุณหภูมิเริ่มต้น (°C),  $M_i$  = ความชื้นเริ่มต้น (kg/kg d.b.),  $c_{p,r}$  และ  $c_{p,b}$  = ค่าความร้อนจำเพาะของข้าวขาวและเยื่อหุ้ม ตามลำดับ (J/kg·K),  $k_r$  = ค่าการนำความร้อนของเมล็ดข้าวขาว (W/m·K),  $k_b$  = ค่าการนำความร้อนของเยื่อหุ้มเมล็ดข้าวขาว (W/m·K),  $V$  = ปริมาตรข้าวกล้อง (m<sup>3</sup>),  $A$  = พื้นที่ผิวของข้าวกล้อง (m<sup>2</sup>)

### 3.1 สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์

สมมติฐานในการวิเคราะห์กระบวนการทำแห้งข้าวกล้องมีดังนี้

1. เมล็ดข้าวกล้องประกอบด้วยชั้นข้าวขาวและเยื่อหุ้มแต่ละชั้นมีลักษณะเป็นมีสมบัติเป็นไอโซโทรปิก (Isotropic) และมีเนื้อสม่ำเสมอ (Homogeneous)
2. เมล็ดข้าวกล้องมีรูปร่างสมมาตรและพิจารณาเพียง 1/8 ของเมล็ด
3. ไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของเมล็ดข้าวกล้องระหว่างการอบแห้ง

4. การถ่ายเทมวลภายในเมลิตข้าวเกิดจากการแพร่ของน้ำเท่านั้น

5. การถ่ายเทมวลด้วยการพาความร้อนเกิดขึ้นที่ผิวของชั้นเยื่อหุ้มเท่านั้น

### 3.2 แบบจำลองการถ่ายเทความร้อนและมวลสารในกระบวนการทำแห้ง

กฎการแพร่ของฟิค (Fick's law of Diffusion) และกฎการนำความร้อนของฟูเรียร์ (Fourier's Law of Conduction) ถูกนำมาใช้อธิบายกลไกการเคลื่อนที่ของน้ำและการถ่ายเทความร้อนในเมลิตข้าวระหว่างการอบแห้ง สามารถเขียนสมการดังกล่าวได้ดังนี้

$$\frac{\partial M(x, y, z, t)}{\partial t} = D \nabla^2 M(x, y, z, t) \quad (23)$$

$$\rho C_p \frac{\partial T(x, y, z, t)}{\partial t} = k \nabla^2 T(x, y, z, t) \quad (24)$$

โดยที่  $D$  คือค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ ( $\text{m}^2/\text{s}$ ),  $M$  คือความชื้น (มาตรฐานแห้ง),  $t$  คือเวลา (s),  $\nabla$  คือ Divergence Operator,  $\rho$  คือความหนาแน่น ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ),  $C_p$  คือค่าความร้อนจำเพาะ ( $\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ ),  $T$  คืออุณหภูมิ ( $^\circ\text{C}$ ) และ  $k$  คือค่าการนำความร้อน ( $\text{W}/\text{m } ^\circ\text{C}$ )

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition) สำหรับวิเคราะห์ฟลักซ์ของความชื้นที่เคลื่อนออกจากผิวข้าวไปยังอากาศแวดล้อมด้วยการพาความร้อนเขียนได้ดังนี้

$$-D \nabla M(x, y, z, t) = h_m (M_s(x, y, z, t) - M_e) \quad (25)$$

สำหรับ  $t > 0$

เมื่อ  $h_m$  คือสัมประสิทธิ์การพามวล (m/s),  $M_s$  คือความชื้นที่ผิววัสดุ (kg/kg d.b.) ความชื้นสมดุล (kg/kg d.b.)

เนื่องจากการเปลี่ยนความร้อนแฝงของน้ำส่วนใหญ่จะเกิดที่บริเวณผิวเมลิต ดังนั้นจากการสมดุลพลังงานพบว่า การพาความร้อนไปยังผิวเมลิตจะเท่ากับการนำความร้อนเข้าสู่เมลิตรวมกับการเปลี่ยนแปลงความร้อน

แฝงของการระเหยน้ำ สามารถเขียนสมดุลสมการ เงื่อนไขขอบเขตได้ดังนี้

$$k \nabla T(x, y, z, t) = h_r (T_a - T_s(x, y, z, t)) - \rho V \frac{\partial \bar{M}}{\partial t} \frac{h_{fg}}{A} \quad (26)$$

สำหรับ  $t > 0$

เมื่อ  $h_r$  คือสัมประสิทธิ์การพาความร้อน ( $\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ ),  $T_s$  คืออุณหภูมิของผิวเมลิต ( $^\circ\text{C}$ ),  $T_a$  คืออุณหภูมิอากาศร้อน ( $^\circ\text{C}$ ),  $h_{fg}$  คือความร้อนแฝงของการระเหยน้ำ ( $\text{J}/\text{kg}$ ),  $V$  คือปริมาตรของเมลิต ( $\text{m}^3$ ),  $A$  คือพื้นที่ผิวของเมลิต ( $\text{m}^2$ ) และ  $\bar{M}$  คือความชื้นเฉลี่ยของเมลิตที่เวลาใดๆ (kg/kg d.b.) เทอม  $[\partial \bar{M} / \partial t]$  คืออัตราการเปลี่ยนแปลงความชื้นหรือ  $(\bar{M}_{t+\Delta t} - \bar{M}_t) / \Delta t$

เมื่อพิจารณาพื้นผิวด้านนอกของเมลิตข้าวกลอง ดังรูปที่ 1 การแลกเปลี่ยนความร้อนและมวลจะเกิดที่ผิวของเยื่อหุ้มเมลิตเท่านั้น ส่วนอีก 3 ด้านที่เหลือซึ่งเกิดจากการตัดแยกข้าวแบบสมมาตรจะไม่มี การถ่ายเทมวลและความร้อน (Impermeable Surface) ซึ่งอธิบายได้จากสมการที่ (27) และ (28)

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial M}{\partial z} = 0 \quad \text{เมื่อ } t > 0 \quad (27)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \quad \text{เมื่อ } t > 0 \quad (28)$$

ในสภาวะเริ่มต้น (Initial Condition) จะกำหนดให้ความชื้นและความร้อนภายในเมลิตมีค่าคงที่ ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$T(x, y, z, 0) = T_i \quad (29)$$

$$M(x, y, z, 0) = M_i \quad (30)$$

เมื่อ  $T_i$  คืออุณหภูมิเริ่มต้น ( $^\circ\text{C}$ ) และ  $M_i$  คือความชื้นเริ่มต้น (kg/kg d.b.) ที่บริเวณเงื่อนไขขอบเขตระหว่างเนื้อสัมผัสของข้าวกับชั้นเยื่อหุ้มเมลิต กำหนดให้ความชื้น

และพลั๊กความร้อนที่เคลื่อนที่เข้าออกระหว่างขอบเขตทั้งสองอยู่ในรูปแบบสมการความต่อเนื่อง (Continuity)

Analytical Solutions สามารถนำมาหาคำตอบสมการการแพร่และการนำความร้อนในรูปแบบทรงอย่างง่าย เช่น ทรงกระบอก ทรงกลม และแผ่นแบน [13] อย่างไรก็ตาม จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้องยังไม่พบ Analytical Solutions สำหรับหาคำตอบสมการการแพร่ในเมล็ดข้าวรูปทรงรีที่คิดรวมเยื่อหุ้มและเนื้อข้าวไว้ด้วยกัน งานวิจัยนี้สมการ (23)-(30) จะหาคำตอบโดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม COMSOL™ Multiphysics Version 3.3 จำนวนเอลิเมนต์ในข้าวขาวและข้าวกล้องมีค่าเท่ากับ 10106 และ 17333 ตามลำดับ โดยจำนวนเอลิเมนต์เหล่านี้พิจารณาจากวิธี Mesh Independent Test ซึ่งเลือกจำนวน Mesh ที่น้อยที่สุดที่ทำให้ความความขึ้นเฉลี่ยของเมล็ดข้าวที่เวลารอบแห้งใดๆ เปลี่ยนแปลงไม่เกิน 1% กำหนดให้พื้นผิวของ Mesh เป็น Triangular และปริมาตร Mesh เป็นแบบ Tetrahedral เนื่องจากรูปทรงของเมล็ดข้าวมีความซับซ้อนไม่มากนัก ดังแสดงในรูปที่ 1

เนื่องจากเมล็ดข้าวมีขนาดเล็ก การทดลองวัดการกระจายความชื้นภายในจึงเป็นเรื่องยาก ดังนั้นการศึกษาส่วนใหญ่พิจารณาความชื้นเฉลี่ยและอุณหภูมิเฉลี่ยของทั้งเมล็ด ในงานแบบจำลองนี้คำนวณความชื้นและอุณหภูมิเฉลี่ยจากการอินทิเกรตเทียบกับปริมาตรเมล็ดโดยรวมโดเมนของเยื่อหุ้มและเนื้อข้าวเข้าด้วยกัน ดังนี้

$$\bar{M}(t) = \frac{\int_V M(x, y, z, t) dV}{\int_V dV} \quad (31)$$

$$\bar{T}(t) = \frac{\int_V T(x, y, z, t) dV}{\int_V dV} \quad (32)$$

เมื่อ  $\bar{M}$  คือความชื้นเฉลี่ย (kg/kg d.b.),  $\bar{T}$  คืออุณหภูมิเฉลี่ย (°C) และ  $dV$  คือเอลิเมนต์ของปริมาตร

### 3.3 การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ประสิทธิผล

ทำการหาค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของข้าวสาร

( $D_{endosperm}$ ) ก่อน หลังจากทราบค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ในข้าวสารแล้ว จึงนำไปแทนค่าในแบบจำลองข้าวกล้องเพื่อทำนายค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของเยื่อหุ้มเมล็ด ( $D_{bran}$ ) ต่อไป ซึ่งกระบวนการนี้อาศัยการลองแทนค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ประสิทธิผลของเนื้อข้าวในแบบจำลองข้าวสารและเยื่อหุ้มเมล็ดในแบบจำลองข้าวกล้องโดยเปรียบเทียบผลของความชื้นเฉลี่ยจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นกับผลการทดลองอบแห้งข้าวขาวและข้าวกล้องตามลำดับ โดยหาค่าประมาณที่ต่ำสุดของ Root Mean Square Error (RMSE) ดังนี้

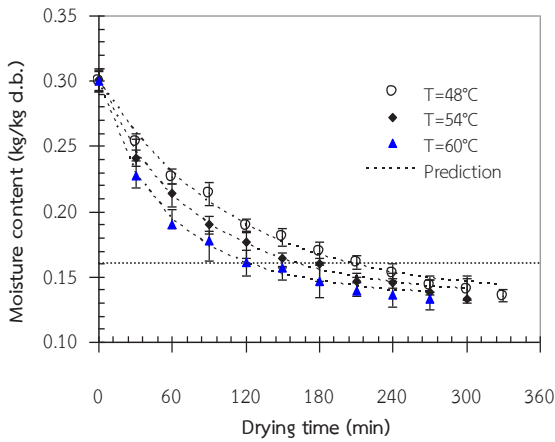
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (M_{ei} - M_{pi})^2}{n}} \quad (33)$$

เมื่อ  $M_{ei}$  คือความชื้นเฉลี่ยจากการทดลอง (kg/kg d.b.),  $M_{pi}$  คือความชื้นเฉลี่ยจากการทำนาย (kg/kg d.b.) ที่เวลาใดๆ และ  $n$  คือจำนวนข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณ

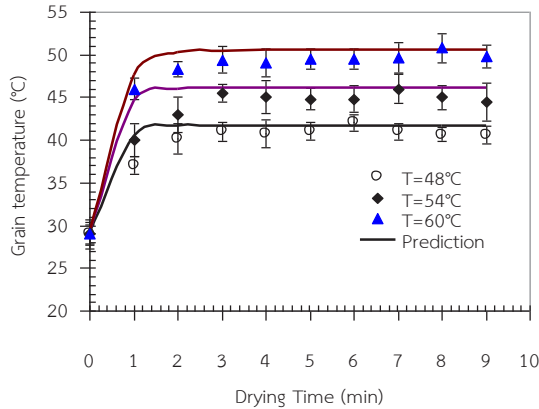
### 4. ผลการทดลองและวิจารณ์ผล

รูปที่ 3 แสดงการเปรียบเทียบจลนศาสตร์การอบแห้งข้าวกล้องที่อุณหภูมิ 48, 54 และ 60°C เส้นที่ขีดขนาด กับแนวยาวเป็นเส้นที่ข้าวมีความชื้นเหมาะสมสำหรับเก็บรักษา (14% w.b. หรือประมาณ 16% d.b.) พบว่าอัตราการอบแห้งมีค่าแปรผันตามระดับอุณหภูมิในการอบแห้ง

เมื่ออุณหภูมิเพิ่มขึ้นการลดลงของความชื้นจะเพิ่มขึ้น ค่าของความชื้นเฉลี่ยที่อุณหภูมิต่างๆ มีความแตกต่างกันมีนัยสำคัญ ( $P > 0.05$ ) ในช่วงแรกของการอบแห้ง เมล็ดข้าวมีความชื้นสูงทำให้การระเหยความชื้นเฉพาะที่บริเวณผิวเมล็ด ในช่วงระยะเวลา 30 นาทีแรกความชื้นจะลดลงค่อนข้างมาก เมื่อความชื้นที่ผิวเมล็ดลดลงต่ำกว่า 0.2 kg/kg d.b. น้ำภายในเมล็ดจะค่อยๆ แพร่จากด้านในออกมายังผิวนอก ซึ่งการแพร่ของความชื้นจากภายในออกมายังผิวเกิดขึ้นช้ากว่าอัตราการระเหยของความชื้นที่ผิวทำให้การลดลงของความชื้นจะช้าลงกว่าช่วงแรก



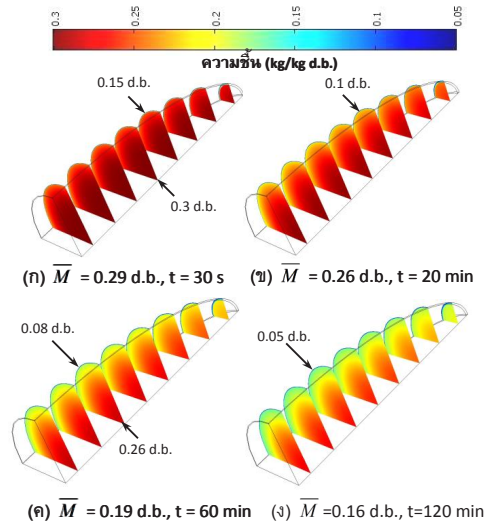
รูปที่ 3 จลนศาสตร์การอบแห้งข้าวกล้อง



รูปที่ 4 อุณหภูมิเฉลี่ยของเมล็ดข้าวกล้อง

รูปที่ 4 แสดงอุณหภูมิเฉลี่ยของเมล็ดที่เปลี่ยนไป เวลาพบว่าอุณหภูมิเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในช่วง 2 นาทีแรก หลังจากนั้นอุณหภูมิจะเกือบคงที่ โดยอุณหภูมิเมล็ดจะมีค่าต่ำกว่าอุณหภูมิอากาศอบแห้งประมาณ 8-10°C เนื่องจากความร้อนสูญเสียในรูปแบบต่างๆ

รูปที่ 3 และ 4 แสดงผลการเปรียบเทียบระหว่างค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองกับการทดลองจริง พบว่าการทำนายเส้นแนวโน้มของความชื้นและอุณหภูมิมีความใกล้เคียงกับผลการทดลอง ( $R^2 = 0.98$ ) อย่างไรก็ตาม ในรูปที่ 4 พบว่าในช่วงต้นของการอบแห้งแบบจำลองที่สร้างขึ้นไม่สามารถทำนายอุณหภูมิของเมล็ดข้าวได้แม่นยำมากนัก และผลการทำนายอุณหภูมิจะมีค่าสูงกว่า



รูปที่ 5 ความชื้นของเมล็ดข้าวกล้องที่เวลาต่าง  $T=60^{\circ}\text{C}$

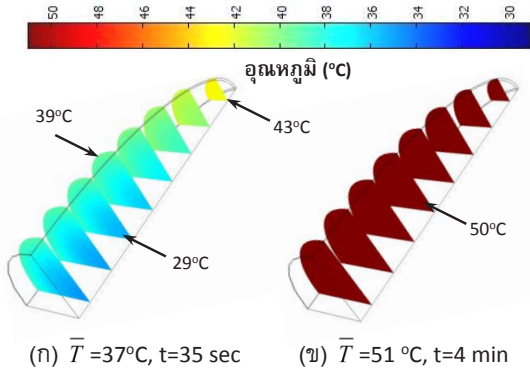
ผลการทดลองทุกกรณี อาจเป็นผลมาจากค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนซึ่งเป็นฟังก์ชันของความชื้นเฉลี่ยยังไม่เหมาะสมและถูกต้องมากนัก

ก่อนทำการอบแห้งเมล็ดข้าวกล้องมี  $M = 0.3 \text{ kg/kg d.b.}$  และ  $T = 29^{\circ}\text{C}$  เท่ากันทั้งเมล็ด เมื่อเริ่มอบแห้ง จะเกิดการเปลี่ยนแปลงดังแสดงในรูปที่ 5 และ 6

รูปที่ 5 แสดงทัศนความชื้นภายในเมล็ดข้าวกล้อง หลังจากอบแห้งด้วยอากาศร้อน  $60^{\circ}\text{C}$  ณ เวลาต่างๆ รูปที่ 5(ก)-(ง) พบว่าที่ผิวเมล็ดมีค่าความชื้นค่อนข้างต่ำ สืบเนื่องจากแถบสีน้ำเงินและเขียว โดยมีความชื้น 0.05-0.15 kg/kg d.b. เมื่อพิจารณารูปที่ 5(ค)-(ง) พบว่าความชื้นเคลื่อนที่ออกสู่ผิวนอกได้ยากโดยสังเกตเห็นจากความแตกต่างของระดับแถบสีตามแนวชั้นเยื่อหุ้มเมล็ด เนื่องจากในชั้นเยื่อหุ้มมีค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ต่ำ ส่งผลให้การเคลื่อนที่ของน้ำจากภายในเมล็ดผ่านชั้นเยื่อหุ้มได้ช้าเกิดเกรเดียนต์ความชื้นระหว่างชั้นเยื่อหุ้มและข้าวขาว ซึ่งเกรเดียนต์ความชื้นที่มีค่าสูงตลอดแนวแกนจนถึงบริเวณกึ่งกลางเมล็ดช่วยอธิบายการแตกร้าตามแนวแกนขวางของเมล็ดได้

Kunze และ Calderwood [14] ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแตกร้าและค่าเกรเดียนต์ ความชื้น



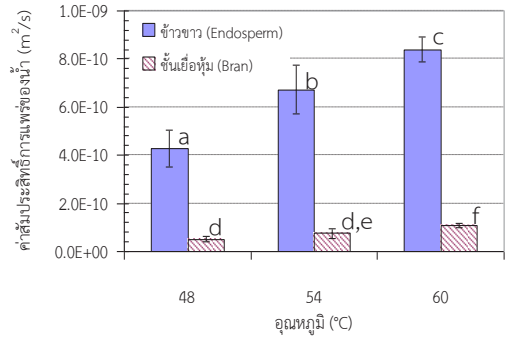


รูปที่ 6 อุณหภูมิของเมล็ดข้าวกล้อง ( $T_{air} = 60^{\circ}\text{C}$ )

พบว่าที่ระดับความชื้นสูง เมล็ดข้าวจะมีความยืดหยุ่นมาก และสามารถทนทานต่อเกรเดียนต์ความชื้นได้ แต่ในเกรเดียนต์ความชื้นระดับเดียวกันนี้ ถ้าเกิดขึ้นที่ความชื้นต่ำๆ จะเกิดการแตกร้าวได้ง่าย เนื่องจากเมล็ดข้าวมีความยืดหยุ่นน้อยกว่า

รูปที่ 6 พบว่าความแตกต่างของอุณหภูมิสูงสุดภายในเมล็ดเกิดที่เวลา 35 วินาทีแรกของการอบแห้ง ซึ่งความแตกต่างของอุณหภูมินี้จะหายไปใช้เวลา 4-5 นาทีของการอบแห้งเนื่องจากอุณหภูมิมียุ่ค่าเกือบเท่ากันทั้งเมล็ด ทำให้ทราบว่าความแตกต่างของอุณหภูมิภายในเมล็ดมีผลกระทบต่อกรแตกร้าว น้อย สอดคล้องกับผลของกรีซ และคณะ [15] ได้สรุปว่ากระบวนการแปรรูปข้าวกล้องโดยใช้การอบแห้งจะเกิดการแตกหักเชิงกลของเมล็ดในระหว่างกระบวนการขัดสีกะเทาะเปลือกมากกว่ากระบวนการอบแห้ง จึงกล่าวได้ว่าเกรเดียนต์ของอุณหภูมิมิผลกระทบต่อกรแตกร้าวมีน้อย อย่างไรก็ตามหลังจากที่เกรเดียนต์อุณหภูมิดังกล่าวเริ่มลดลงไปในช่วง 15-20 นาที เกรเดียนต์ความชื้นจะเพิ่มขึ้นตามระยะเวลาการอบแห้ง

ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ประสิทธิผล ( $D_{eff}$ ) ในส่วนประกอบของข้าวกล้องแสดงในรูปที่ 7 จากการศึกษาข้อมูลทางสถิติของค่า  $D_{eff}$  พบว่ามีค่าแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ ( $P < 0.05$ ) ในแต่ละอุณหภูมิการอบแห้ง ค่า  $D_{eff}$  ของรำมีค่าต่ำกว่าเนื้อข้าวประมาณ 9 เท่า ค่าเฉลี่ยของ  $D_{eff}$  อยู่ในช่วง  $10^{-10}$  m<sup>2</sup>/s โดยทั่วไปแล้วค่าสัมประสิทธิ์



รูปที่ 7 ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำในเนื้อข้าวและเยื่อหุ้มเมล็ดของข้าวกล้อง

การแพร่ของก๊าซและของเหลวมีค่าประมาณ  $10^{-5}$  และ  $10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s ตามลำดับ Aguilera & Stanley [16] จากข้อมูลนี้สามารถกล่าวได้ว่าการถ่ายเทความชื้นภายในข้าวกล้องระหว่างการอบแห้งส่วนใหญ่เป็นการแพร่ในรูปของเหลว เมื่อพิตค่า  $D_{eff}$  เข้ากับสมการของ Arrhenius เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ของค่า  $D_{eff}$  กับอุณหภูมิในช่วง 48-60°C ได้ดังนี้

$$D_{endosperm} = 0.0166 \times e^{-(5592.43/T_a)}, R^2 = 0.97 \quad (35)$$

$$D_{bran} = 0.0512 \times e^{-(6654.95/T_a)}, R^2 = 0.98 \quad (36)$$

เมื่อ  $T_a$  คืออุณหภูมิอากาศร้อน (K)

### 5. สรุป

ในงานวิจัยนี้ได้พัฒนาแบบจำลองเพื่ออธิบายการถ่ายเทความร้อนและมวลในการอบแห้งข้าวกล้องแบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถทำนายความชื้นและอุณหภูมิภายในเมล็ดข้าวกล้องได้ดี ผลการจำลองทำให้ทราบว่าเกรเดียนต์ความชื้นมีอิทธิพลต่อการแตกร้าวมากกว่าเกรเดียนต์ของอุณหภูมิภายในเมล็ด ค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ในส่วนประกอบต่างๆ ของข้าวกล้องมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญกับอุณหภูมิอากาศร้อนที่เพิ่มขึ้น ( $P < 0.05$ ) ค่าเฉลี่ยของสัมประสิทธิ์การแพร่ของน้ำใน

ข้าวขาวและเยื่อหุ้มมีค่าเท่ากับ  $(6.46 \pm 1.9) \times 10^{-10}$  และ  $(7.81 \pm 2.4) \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s ตามลำดับ ข้อมูลสัมประสิทธิ์การแพร่ในงานวิจัยนี้สามารถนำไปใช้สำหรับแบบจำลองของการอบแห้งข้าวกล้องได้

## 6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ กำแพงแสน ที่ให้การสนับสนุนงานวิจัยนี้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] J.F. Steffe and R.P. Singh, "Liquid diffusivity of rough rice components," *Transactions of the ASAE*, vol. 23, no. 3, pp. 767-774, 1980.
- [2] R. Lu and T.J. Siebenmorgan, "Moisture diffusivity of long-grain rice components," *Transactions of the ASAE*, vol. 35, no. 6, pp. 1955-1961, 1992.
- [3] N.N. Sarker, O.R. Kunze, and T. Strouboulis, "Finite element simulation of rough rice drying," *Drying Technology*, vol. 12, no. 4, pp. 761-775, 1994.
- [4] C. Igathinathane and P.K. Chattopadhyay, "Moisture diffusion modeling of drying in parboiled paddy components. Part II: Bran and Husk," *Journal of Food Engineering*, vol. 41, no. 2, pp. 89-101, 1999.
- [5] W. Yang, C.C. Jia, T.J. Siebenmorgan, T.A. Howell, and A.G. Cnossen, "Intra-kernel moisture responses of rice to drying and tempering treatments by finite element simulation," *Transactions of the ASAE*, vol. 45, no. 4, pp. 1037-1044, 2002.
- [6] M.C. Ece and A. Cihan, "A liquid diffusion for drying rough rice," *Transactions of the ASAE*, vol. 36, pp. 837-840, 1993.
- [7] N. Meeso, A. Nathakarankule, T. Madhiyanon, and S. Soponronnarit, "Modeling of far-infrared

- irradiation in paddy drying process," *Journal of Food Engineering*, vol. 78, pp. 1248-1258, 2007.
- [8] *Official and Tentative Methods of Analysis of the Association of Official Agricultural Chemists*, 9<sup>th</sup> edition, Association of Official Agricultural Chemistry, Washing, D.C., 1960.
- [9] USDA, Chapter 5, Inspection of Milled Rice in *Rice Inspection Handbook*, USDA Federal Grain Inspection Service, Washington D.C., US., 1994.
- [10] A.S. Mujumdar, *Handbook of Industrial Drying*, second ed., New York: Marcel Dekker, Inc., 1995.
- [11] Z. Pakowski, Z. Bartzak, C. Strumilo, and S. Stenstrom, "Evaluation of equations approximating thermodynamic and transport properties of water, steam and air for use in CAD of drying processes," *Drying Technology*, vol. 9, no. 3, pp. 753-773, 1991.
- [12] B.O. Julino, D.B. Bechtel, "The rice grain and its gross composition, Rice: Chemistry and Technology," *Cereal Chem.*, pp. 17-57, 1985.
- [13] J. Crank, *The mathematics of diffusion*, Oxford, UK: Oxford University Press, 1979.
- [14] O. R. Kunze and D.L. Calderwood, Rough rice drying-moisture adsorption and desorption. In *Rice: Chemistry and Technology*, American association of cereal chemists, U.S. St. Paul, 2004.
- [15] K. Jiamjiroch, S. Soponronnarit, and S. Wetchacama, "Brown rice drying," M.S. thesis, School of Energy, Environment and Materials, King Mongkut's University of Technology Thonburi, 2000 (in Thai).
- [16] J.M. Aguilera and D.W. Stanley, *Microstructural Principles of Food Processing and Engineering*, Gaithersburg, Maryland: Aspen Publishers, 1999.