



การวิเคราะห์ระบบและสร้างอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบโดยใช้วิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

อิสราภรณ์ อมรสวัสดิวัฒนา* ศุภฤกษ์ จันทร์ศุภเสน และ อลงกรณ์ นมะหุต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องมือนิวตและอิเล็กทรอนิกส์, คณะวิศวกรรมศาสตร์,
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

* ผู้ประสานงานเผยแพร่ (Corresponding Author), E-mail: issaraporn.a@eng.kmutnb.ac.th

วันที่รับบทความ: 22 สิงหาคม 2565; วันที่บทความบทความ: 3 ตุลาคม 2565; วันที่ตอบรับบทความ: 4 ตุลาคม 2565
วันที่เผยแพร่ออนไลน์: 22 ธันวาคม 2565

บทคัดย่อ: บทความนี้นำเสนอการจำลองผลของการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ โดยประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ ที่พัฒนาขึ้นเองด้วยโปรแกรม MATLAB เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สอง การแก้สมการระบบที่ขึ้นกับเวลาจะใช้วิธีการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขของผลต่างย้อนหลัง ซึ่งผลลัพธ์จะแสดงผลทางกราฟิกของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นภายในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ และทำการสร้างอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ โดยผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิหน้าด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์มีอุณหภูมิสูงสุดเท่ากับ $62\text{ }^{\circ}\text{C}$ ผลการทดสอบจริงอุณหภูมิของน้ำเฉลี่ยสูงสุดจากกล้องถ่ายภาพความร้อนและจากดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์ เท่ากับ $57.7\text{ }^{\circ}\text{C}$ และ $58.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ ตามลำดับ จากเปรียบเทียบผลการจำลองที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ และผลการทดสอบจริงมีความสอดคล้องกัน

คำสำคัญ: อุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ; ไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ; อุณหภูมิ; การถ่ายเทความร้อน

The System Analysis and Build Prototype of Flat-plate Solar Collector by 3-D Finite Element Method

Issaraporn Amornsawatwattana^{*}, Suparoek Junsupasen and Alongkorn Namahoot

Department of Instrument and Electronic Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's University of Technology North Bangkok

^{*} Corresponding author, E-mail: issaraporn.a@eng.kmutnb

Received: 22 August 2022; Revised: 3 October 2022; Accepted: 4 October 2022

Online Published: 22 December 2022

Abstract: In this article, a mathematical model for temperature distribution in a flat-plate solar collector is proposed. The simulation employed the 3D finite element method developed by MATLAB programming by modeling the temperature distribution of the flat-plate solar collector mathematically in the second-order partial differential equations. To solve this time-dependent system, a step-by-step numerical integration of the backward difference algorithm is applied. The simulated result graphically revealed the temperature distribution in the flat-plate solar collector. A flat-plate solar collector has been prototyped and tested in a real environment. The results of temperature distribution using the 3-D finite element method have a maximum temperature of 62 °C. The actual measurement results from the thermal scan and the digital thermometer were 57.7 °C and 58.3 °C, respectively. The temperature result from the simulation model and the actual measurement are in good agreement.

Keywords: Flat-plate solar collector; 3-D finite element; Temperature; Heat transfer



1. บทนำ

อุปกรณ์ทำน้ำร้อนโดยใช้พลังงานแสงอาทิตย์เป็นระบบที่เปลี่ยนพลังงานแสงอาทิตย์ในช่วงรังสีคลื่นสั้นให้เป็นพลังงานความร้อนผ่านตัวเก็บรังสีดวงอาทิตย์โดยอาศัยหลักการเบี่ยงเบนของแสง ซึ่งเมื่อแสงตกกระทบวัตถุใด ๆ จะเกิดปรากฏการณ์เชิงแสง 4 รูปแบบ ได้แก่ (1) การดูดกลืนแสง (2) การเปล่งแสง (3) การสะท้อนแสงและ (4) การส่งผ่านแสง หลังจากนั้นจะเกิดกระบวนการถ่ายโอนพลังงานความร้อนที่เกิดขึ้นภายในท่อโดยใช้หลักการเทอร์โมไซฟอนและได้นำร้อนออกมาในประเทศไทยถึงแม้ว่าจะเป็นประเทศในเขตร้อน แต่ก็พบว่าตามที่พักอาศัยหรือโรงแรมมีการติดตั้งเครื่องทำน้ำร้อนกันเป็นจำนวนมาก โดยเครื่องทำน้ำร้อนที่ได้รับความนิยมใช้ในบ้านพักอาศัย คือเครื่องทำน้ำร้อนแบบใช้ไฟฟ้า ซึ่งถือว่าเป็นอุปกรณ์ที่ไม่ประหยัดพลังงาน ซึ่งบทความวิจัยนี้เป็นการวิเคราะห์ระบบและสร้างอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ โดยใช้วิธีไฟไนท์อิเลคโตรนิคส์ แบบ 3 มิติ ซึ่งพัฒนาขึ้นเองด้วยโปรแกรม MATLAB เพื่อเปรียบเทียบผลการจำลองที่ได้จากระเบียบวิธีไฟไนท์อิเลคโตรนิคส์แบบ 3 มิติ และผลการทดสอบจริง

จากการทบทวนปริทัศน์วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องสามารถสรุปทฤษฎี และวิธีการดำเนินงานวิจัยต่าง ๆ ที่ใช้อุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบได้ดังนี้ Poomsawat (2019) [1] ได้ศึกษาประสิทธิภาพของเครื่องทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์โดยการวิเคราะห์การไหลแบบเทอร์โมไฟนอนต์ระบบปิดจะไม่มี การนำน้ำร้อนที่ได้จากการผลิตไปใช้งานพร้อมหาประสิทธิภาพที่แผงความร้อน สามารถทำได้ในแต่ละวัน โดยทดสอบเก็บค่าเป็นเวลา 5 วัน พบว่า

ค่าประสิทธิภาพที่ได้สูงสุดในแต่ละวัน มีค่า 55.8% อุณหภูมิสูงสุดได้เท่ากับ 60 °C, Loomans et al. (2003) [2] ได้ทำการพิจารณาถึงประสิทธิภาพอุณหภูมิของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนโดยใช้พลังงานแสงอาทิตย์แบบแผ่นเรียบ โดยใช้วิธีไฟไนท์อิเลคโตรนิคส์ในการวิเคราะห์ ซึ่งจะวิเคราะห์อุณหภูมิของช่องระบายอากาศแผ่นโซลาร์เซลล์ครอบกระจก และแผงจนวนความร้อนซึ่งอุณหภูมิของของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนโดยใช้พลังงานแสงอาทิตย์จะเพิ่มขึ้นเมื่ออุณหภูมิโดยรอบและความเข้มแสงอาทิตย์มีค่าเพิ่มขึ้น, Boonyaaroonnate (1980) [3] ได้ศึกษาและวิจัยชุดรับรังสีแบบแผ่นเรียบของระบบทำน้ำร้อนด้วยแสงอาทิตย์ ซึ่งประกอบด้วยชุดรับรังสีแบบแผ่นทองแดงและแผ่นอะลูมิเนียมโดยใช้ท่อทองแดงขดไปมาบนแผ่นดูดรังสี เพื่อหาสมรรถนะของระบบทำน้ำร้อนทั้ง 2 แบบ พบว่าท่อทองแดงครึ่งทองแดงมีสมรรถนะสูงกว่าท่อทองแดงครึ่งอะลูมิเนียม, Intasith (2018) [4] ได้ศึกษาประสิทธิภาพ อัตราการไหลเชิงมวลของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ และชนิดหลอดแก้วสุญญากาศ พบว่าในประเทศไทยอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบมีประสิทธิภาพดีที่สุดและมีราคาถูกเมื่อเทียบกับชนิดอื่น ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้อุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบเนื่องจากเหมาะกับประเทศไทยและมีราคาถูกในการสร้าง ซึ่งจากการทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องทั้งหมดนี้พบว่ายังไม่ มีบทความวิจัยใดที่วิเคราะห์ระบบและสร้างอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ โดยใช้วิธีไฟไนท์อิเลคโตรนิคส์แบบ 3 มิติ โดยพัฒนาโปรแกรมขึ้นเองด้วยโปรแกรม MATLAB ซึ่งการพัฒนาโปรแกรมขึ้นเองนั้นมีความยืดหยุ่นสูง ทำให้สามารถวิเคราะห์อุณหภูมิ



ภายในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ ชนิดแผ่นเรียบได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. อุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

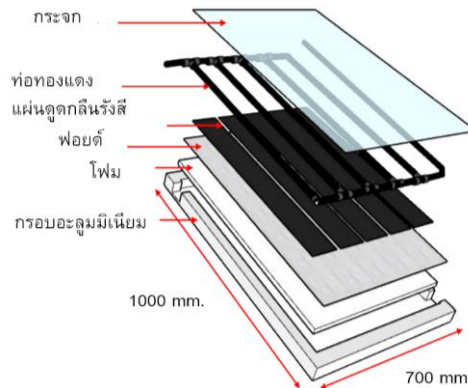
หลักการทำงานของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบจะใช้หลักการทางธรรมชาติที่เรียกว่าเทอร์โมไซฟอน คือน้ำเย็นในส่วนล่างของถังเก็บน้ำจะไหลลงสู่ส่วนล่างของแผงรับแสงอาทิตย์ น้ำเย็นเหล่านี้จะได้รับความร้อนจากพลังงานแสงอาทิตย์ที่ตกกระทบกับแผง กลายเป็นน้ำร้อนที่มีอุณหภูมิสูงซึ่งจะลอยตัวขึ้นเพราะมีความหนาแน่นน้อยกว่าน้ำเย็น และไหลไปตามท่อทองแดงที่อยู่ในแผงไหลกลับเข้าไปสู่ถังเก็บน้ำ และลอยตัวขึ้นไปสู่ส่วนบนของถังเก็บน้ำร้อนเป็นน้ำร้อนที่พร้อมจะนำไปใช้ได้ต่อไป ซึ่งทางน้ำเข้าแผงที่เป็นน้ำเย็นควรต่ำกว่าทางน้ำออกแผงซึ่งเป็นทางน้ำร้อน และควรวางถังน้ำให้สูงกว่าแผงรับแสงอาทิตย์ อุณหภูมิของน้ำร้อนประมาณ 55°C - 62°C ขนาดแผง

กว้าง 700 mm. ยาว 1,000 mm. โดยอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบแสดงได้ดังรูปที่ 1 และส่วนประกอบของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ แสดงได้ดังรูปที่ 2 [5, 6]

- แผงรับแสงอาทิตย์ ทำหน้าที่เป็นตัวรับรังสีแสงอาทิตย์
- แผ่นกระจก ทำหน้าที่ป้องกันการสูญเสียความร้อน ทั้งยังป้องกันฝุ่นละอองและสิ่งสกปรกอีกด้วย
- แผ่นดูดกลืนรังสี เป็นส่วนที่สำคัญที่สุด ทำหน้าที่ในการดูดกลืนรังสีแสงอาทิตย์แล้วเปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อนไปสู่ท่อทองแดง
- ท่อทองแดง จะได้รับความร้อนจากแผ่นดูดกลืนรังสี และจะถ่ายเทความร้อนไปให้น้ำภายในท่อ
- ฉนวนความร้อน ใช้โฟมชนิด EPS และฟอยด์ ซึ่งใช้บุภายใต้แผ่นดูดกลืนรังสี
- ถังเก็บน้ำร้อน ทำหน้าที่เก็บน้ำร้อนที่ผ่านมาจากแผงรับแสงอาทิตย์เพื่อนำไปใช้ประโยชน์ต่อไป



รูปที่ 1 อุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ



รูปที่ 2 ส่วนประกอบของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

3. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอุณหภูมิภายในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การกระจายตัวของอุณหภูมิภายในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ แสดงในสมการที่ (1) ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อย ดังนั้นจึงเลือกวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์มาใช้ในการคำนวณ [7]

$$k \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + k \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} - \rho c \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

โดยที่

k คือ ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน ($W/m \cdot ^\circ C$)

Q คือ ปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เอง (W/m^3)

T คือ อุณหภูมิ ($^\circ C$)

c คือ ความร้อนจำเพาะ ($J/kg \cdot ^\circ C$)

ρ คือ ความหนาแน่นมวล (kg/m^3)

u คือ ความเร็วในทิศทาง x (m/s)

v คือ ความเร็วในทิศทาง y (m/s)

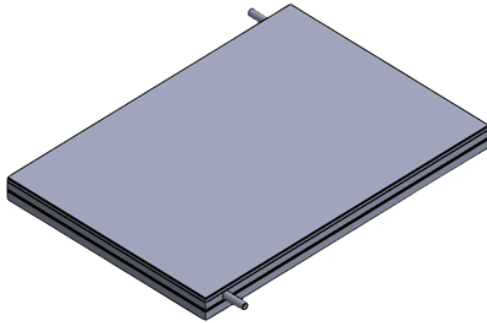
w คือ ความเร็วในทิศทาง z (m/s)

4. การคำนวณของอุณหภูมิภายในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ ด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์แบบ 3 มิติ

หลักการของวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ คือ เริ่มจากการแบ่งรูปร่างของปัญหาออกเป็นพื้นที่หลาย ๆ ส่วนที่เรียกว่าอิลลิเมนต์ ถ้าพิจารณาแบบ 3 มิติ ในที่นี่จะใช้อิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้า (Tetrahedral) เนื่องจากเป็นรูปทรงที่มีจำนวนโนด หรือจุดเชื่อมต่อที่น้อยที่สุด โดยค่าเฉลยโดยประมาณที่มีจำนวนนับที่จะคำนวณออกมานั้นจะมีความแม่นยำขึ้นอยู่กับขนาดและจำนวนอิลลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ [8] ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนต่างๆ ดังนี้

4.1 อิลลิเมนต์ของระบบศึกษา

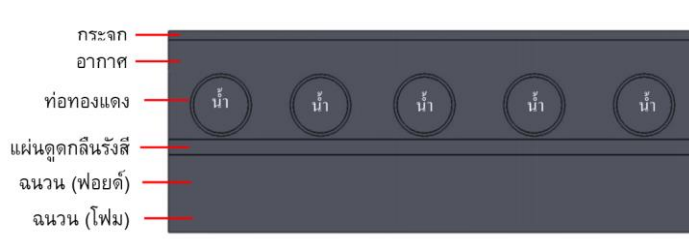
ในการออกแบบพื้นที่ของปัญหาที่ใช้ในการจำลองผลค่าอุณหภูมิด้วยวิธีไฟไนท์อิลลิเมนต์ จะครอบคลุมพื้นที่ทั้งหมดของแบบจำลอง การแบ่งพื้นที่ย่อยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SolidWorks โดยแบ่งอิลลิเมนต์ด้วยรูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ (Tetrahedron) ตลอดปริมาตร จะประกอบด้วยจำนวนจุดต่อ 39,224 จุดต่อ และจำนวนอิลลิเมนต์ 247,678 อิลลิเมนต์ แสดงดังรูปที่ 3



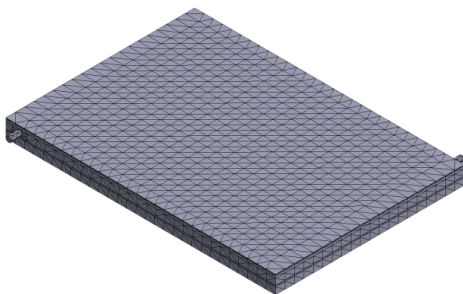
(ก) องค์ประกอบโดยรวมของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ



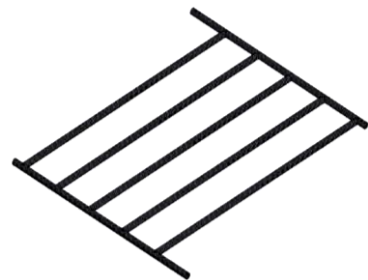
(ข) แสดงทางน้ำเข้าและทางน้ำออกของท่อทองแดง



(ค) ส่วนประกอบของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ



(ง) การแบ่งอิลลิเมนต์แต่ละชั้นของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ



(จ) การแบ่งอิลลิเมนต์ท่อทองแดงของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

รูปที่ 3 ส่วนประกอบทั้งหมดของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ



4.2 การสร้างสมการของอิลลิเมนต์

การสร้างสมการระดับอิลลิเมนต์ได้ประยุกต์ใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษของกาเลอร์คิน โดยฟังก์ชันน้ำหนักจะมีค่าเท่ากับฟังก์ชันประมาณภายใน (shape function) โดยผลลัพธ์ที่พิกัดใด ๆ แสดงดังสมการที่ (2) [9-11]

$$T(x, y, z) = T_1 N_1 + T_2 N_2 + T_3 N_3 + T_4 N_4 \quad (2)$$

โดยที่ N_n คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิลลิเมนต์ และ T_n คือผลลัพธ์ของค่าอุณหภูมิในแต่ละจุดต่อ เมื่อ $n = 1, 2, 3$, และ 4 ซึ่งในกรณีอิลลิเมนต์รูปทรงสี่หน้าสี่จุดต่อ แสดงดังสมการที่ (3)

$$N_i = \frac{1}{6V} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad (3)$$

โดยที่ V คือปริมาตรของรูปทรงสี่หน้าของแต่ละอิลลิเมนต์ หาได้จากดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ แสดงดังสมการที่ (4)

$$V = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix}$$

(4)

$$[C]_{4 \times 4} \left\{ \dot{T} \right\}_{4 \times 1} + \left[[K_c] + [K_v] + [K_h] \right]_{4 \times 4} \{T\}_{4 \times 1} = \{Q_o\}_{4 \times 1} + \{Q_h\}_{4 \times 1} \quad (5)$$

$$[C]_{4 \times 4} = \frac{\rho c V}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_1 &= x_4 (y_2 z_3 - y_3 z_2) + x_3 (y_4 z_2 - y_2 z_4) + x_2 (y_3 z_4 - y_4 z_3) \\ a_2 &= x_4 (y_3 z_1 - y_1 z_3) + x_3 (y_1 z_4 - y_4 z_1) + x_1 (y_4 z_3 - y_3 z_4) \\ a_3 &= x_4 (y_1 z_2 - y_2 z_1) + x_2 (y_4 z_1 - y_1 z_4) + x_1 (y_2 z_4 - y_4 z_2) \\ a_4 &= x_3 (y_2 z_1 - y_1 z_2) + x_2 (y_1 z_3 - y_3 z_1) + x_1 (y_3 z_2 - y_2 z_3) \\ b_1 &= y_4 (z_3 - z_2) + y_3 (z_2 - z_4) + y_2 (z_4 - z_3) \\ b_2 &= y_4 (z_3 - z_2) + y_1 (z_3 - z_4) + y_3 (z_4 - z_1) \\ b_3 &= y_4 (z_3 - z_2) + y_2 (z_1 - z_4) + y_1 (z_4 - z_2) \\ b_4 &= y_3 (z_3 - z_2) + y_1 (z_2 - z_3) + y_2 (z_3 - z_1) \\ c_1 &= x_4 (z_2 - z_3) + x_2 (z_3 - z_4) + x_3 (z_4 - z_2) \\ c_2 &= x_4 (z_3 - z_1) + x_3 (z_1 - z_4) + x_1 (z_4 - z_3) \\ c_3 &= x_4 (z_1 - z_2) + x_1 (z_2 - z_4) + x_2 (z_4 - z_1) \\ c_4 &= x_3 (z_2 - z_1) + x_2 (z_1 - z_3) + x_1 (z_3 - z_2) \\ d_1 &= x_4 (y_3 - y_2) + x_3 (y_2 - y_4) + x_2 (y_4 - y_3) \\ d_2 &= x_4 (y_1 - y_3) + x_1 (y_3 - y_4) + x_3 (y_4 - y_1) \\ d_3 &= x_4 (y_2 - y_1) + x_2 (y_1 - y_4) + x_1 (y_4 - y_2) \\ d_4 &= x_3 (y_1 - y_2) + x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) \end{aligned}$$

สมการที่ (5) เป็นสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง โดยค่าของอุณหภูมิจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา เกิดจากการอินทิเกรตและจะได้ผลลัพธ์ของอุณหภูมิซึ่งแสดงอยู่ในรูปของเมตริกซ์ ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้การแก้ปัญหามาภายใต้สถานะชั่วคราวนี้ด้วยวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง [12-13]

$$[K_c]_{4 \times 4} = \frac{k}{36V} \begin{bmatrix} b_1b_1 + c_1c_1 + d_1d_1 & b_1b_2 + c_1c_2 + d_1d_2 & b_1b_3 + c_1c_3 + d_1d_3 & b_1b_4 + c_1c_4 + d_1d_4 \\ b_2b_2 + c_2c_2 + d_2d_2 & b_2b_3 + c_2c_3 + d_2d_3 & b_2b_4 + c_2c_4 + d_2d_4 \\ b_3b_3 + c_3c_3 + d_3d_3 & b_3b_4 + c_3c_4 + d_3d_4 \\ b_4b_4 + c_4c_4 + d_4d_4 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sym

$$[K_h]_{4 \times 4} = \frac{hV}{20} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[K_v]_{4 \times 4} = \frac{\rho c}{36} \begin{bmatrix} ub_1 + vc_1 + wd_1 & ub_2 + vc_2 + wd_2 & ub_3 + vc_3 + wd_3 & ub_4 + vc_4 + wd_4 \\ ub_1 + vc_1 + wd_1 & ub_2 + vc_2 + wd_2 & ub_3 + vc_3 + wd_3 & ub_4 + vc_4 + wd_4 \\ ub_1 + vc_1 + wd_1 & ub_2 + vc_2 + wd_2 & ub_3 + vc_3 + wd_3 & ub_4 + vc_4 + wd_4 \\ ub_1 + vc_1 + wd_1 & ub_2 + vc_2 + wd_2 & ub_3 + vc_3 + wd_3 & ub_4 + vc_4 + wd_4 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\{Q_h\}_{4 \times 1} = \frac{hT_\infty V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\beta \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + (1/\beta) \left\{ T \right\}^t = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (12)$$

$$\{Q_c\}_{4 \times 1} = \frac{\rho V}{4} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} = \frac{\{T\}^{t+\Delta t} - \{T\}^t}{\Delta t} \quad (13)$$

โดยที่ h คือ ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน ($W/m^2 \cdot ^\circ C$) และ T_∞ คือ อุณหภูมิของตัวกลาง สำหรับการพาความร้อน ($^\circ C$)

เนื่องจากอุณหภูมิมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ในบทความนี้เป็นการแก้ปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว ซึ่งใช้วิธีความสัมพันธ์เวียนบังเกิด โดยจะมีลักษณะของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับค่า β ที่เลือกใช้ แสดงในสมการที่ (12) โดย Δt คือค่าของช่วงเวลา (Time Step) โดยให้ $\beta = 1$ เรียกว่าวิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลัง (Backward Difference) แสดงดังสมการที่ (13) เนื่องจากวิธีนี้รับประกันการลู่เข้าของผลลัพธ์ และผลลัพธ์จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง [13]

จากการเลือกใช้วิธีผลต่างสืบเนื่องย้อนหลังสมการที่ (5) จึงพัฒนามาเป็นสมการที่ (14) จากนั้นแทนค่าสมการที่ (13) ลงในสมการที่ (14) จะได้สมการเชิงเส้นเมื่อพิจารณาปัญหาภายใต้สถานะชั่วคราว ดังสมการที่ (15)

$$[C] \left\{ \dot{T} \right\}^{t+\Delta t} + [[K_c] + [K_h] + [K_v]] \{T\}^{t+\Delta t} = \{\{Q_c\} + \{Q_h\}\}^{t+\Delta t} \quad (14)$$

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C] + [[K_c] + [K_h] + [K_v]] \right) \{T\}^{t+\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} [C] \{T\}^t + \{\{Q_c\} + \{Q_h\}\}^{t+\Delta t} \quad (15)$$

5. การประยุกต์เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต

ขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิ เริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขตให้แก่อุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ ดังต่อไปนี้ [9]



- อุณหภูมิเริ่มต้น $T (t=0) = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$
- อุณหภูมิโดยรอบ (Ambient Temperature) $= 30\text{ }^{\circ}\text{C}$
- ปริมาณความร้อนที่ผลิตได้เองของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ ได้จากการวัดด้วย Lux Meter $= 241,428\text{ W/m}^3$
- อุณหภูมิของน้ำขาเข้า (Water Inlet Temperature) $= 30\text{ }^{\circ}\text{C}$
- ความเร็วของน้ำขาเข้า (Inlet water velocity) $= 50\text{ mm/sec}$
- สัมประสิทธิ์การพาความร้อนของน้ำ $= 50\text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$
- Time step $= 1$ นาที

6. ผลการจำลองอุณหภูมิของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

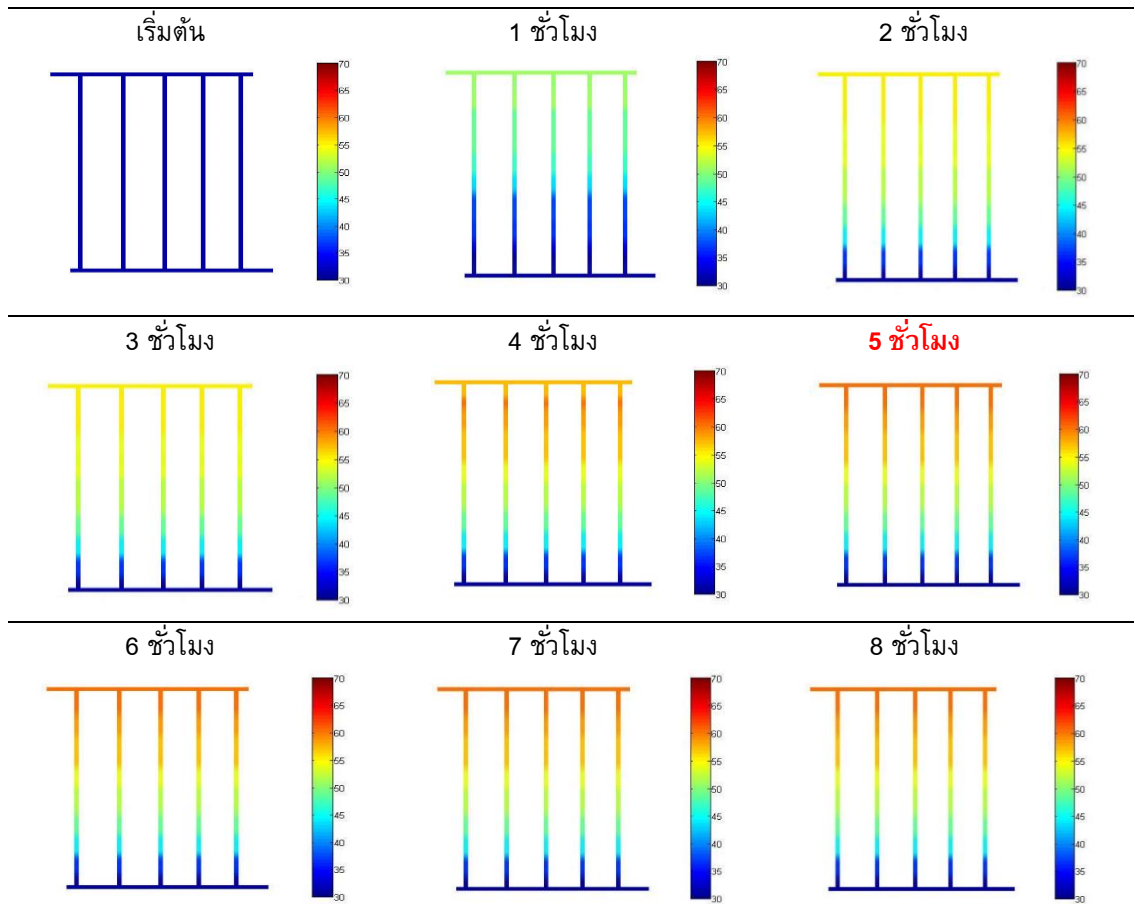
การจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ได้ใช้ MATLAB ในการพัฒนาโปรแกรมไฟไนท์อีลีเมนต์แบบ 3 มิติ สำหรับคำนวณการกระจายตัวของอุณหภูมิที่เกิดขึ้น

ภายในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ พร้อมแสดงผลทางกราฟิกของอุณหภูมิที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ โดยจะจำลองผลดังต่อไปนี้

ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิน้ำแสดงดังรูปที่ 4 โดย ช่วงเริ่มต้นมีอุณหภูมิเท่ากับ $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ซึ่งเป็นการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของอุณหภูมิในทุก ๆ โหนดค่าคำตอบ จากนั้นเมื่อระยะเวลาเริ่มผ่านไปอุณหภูมิน้ำจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ เนื่องจากการสะสมความร้อน และเมื่อการสะสมความร้อนถึงท่อน้ำแล้ว น้ำจะเริ่มเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ ซึ่งตั้งแต่วเวลาประมาณช่วง 5 ชั่วโมง เป็นต้นไป น้ำจะอยู่ในสภาวะคงตัว เนื่องจากน้ำไหลออกไปเรื่อย ๆ และน้ำใหม่นั้นไหลเข้ามาแทนที่ตำแหน่งเดิม โดยอุณหภูมิสูงสุดของน้ำจะเท่ากับ $62\text{ }^{\circ}\text{C}$ และโดยอุณหภูมิต่ำสุดของน้ำจะเท่ากับ $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ จะเท่ากับอุณหภูมิขาเข้าของน้ำ ซึ่งอุณหภูมิขาเข้าของน้ำจะมีค่า $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ เนื่องจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตในการจำลอง

ตารางที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ [9]

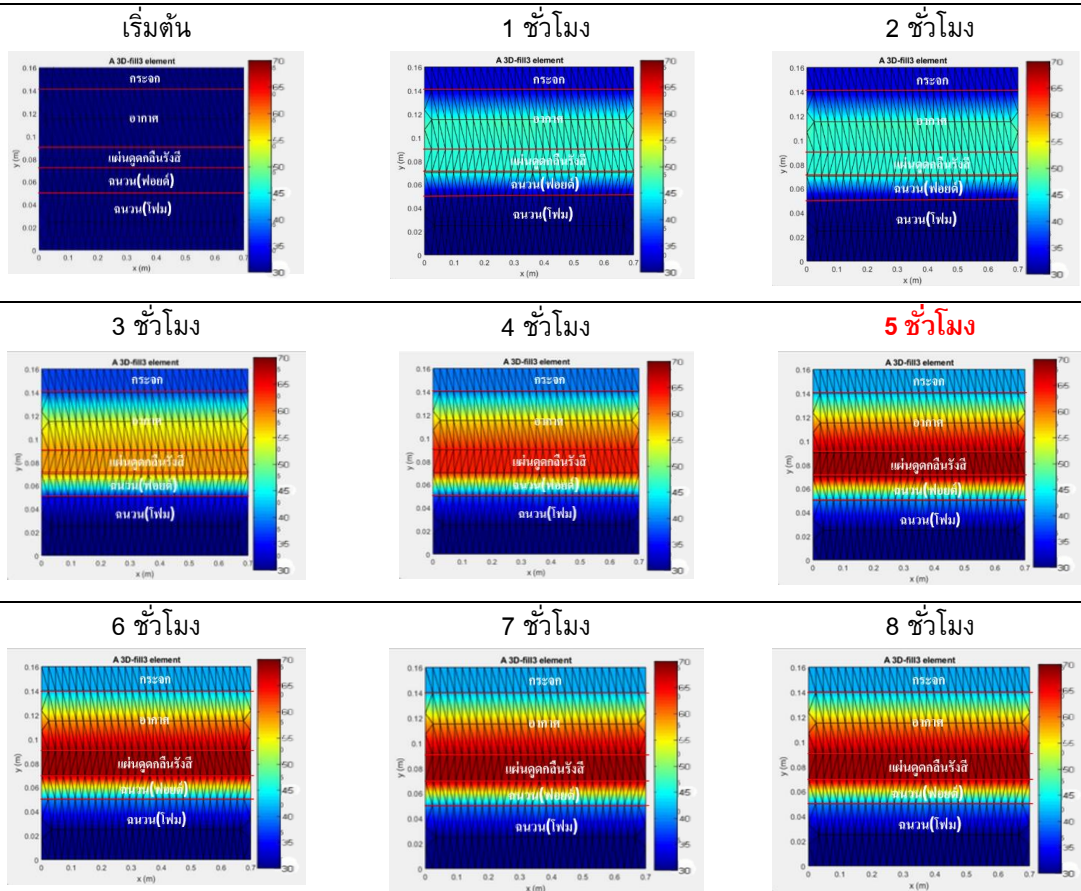
วัสดุ	$k\text{ (W/m}\cdot^{\circ}\text{C)}$	$C\text{ (J/kg}\cdot^{\circ}\text{C)}$	$\rho\text{ (kg/m}^3\text{)}$
กระจก	1.05	840	2600
แผ่นดูดกลืน	205	896	2700
อากาศ	0.024	1005	1.2
ฟอยล์	0.0395	1200	2.6989
โพลัม	0.031	1500	30
ท่อ	400	385	8700
น้ำ	0.6	4187	1000



รูปที่ 4 ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) น้ำ ที่แปรตามเวลา

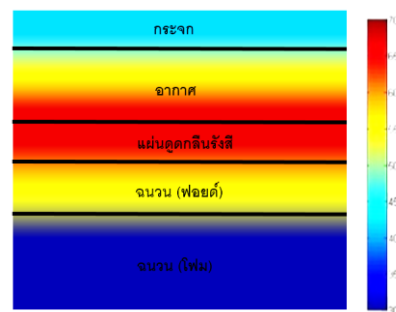
ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิภายในของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ แสดงดังรูปที่ 5 โดยจะกำหนดอุณหภูมิเท่ากับ 30 °C ซึ่งเป็นอุณหภูมิเริ่มแรกจากการกำหนดค่าเงื่อนไขเริ่มต้นของอุณหภูมิทุก ๆ โหนดค่าคำตอบจากนั้นอุณหภูมิจะสูงขึ้นเรื่อย ๆ เนื่องจากการสะสมความร้อนทุกชั่วโมงที่แสงแดดส่อง มายังอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ และ

การถ่ายเทความร้อนของแผ่นดูดกลืนรังสีมายังท่อน้ำ ซึ่งท่อน้ำจะถ่ายเทความร้อนมายังน้ำ ทำให้เกิดอุณหภูมิสูงสุดที่บริเวณน้ำ จากนั้นชั้นของฟอยด์และโพนจะทำหน้าที่ป้องกันการสูญเสียความร้อนออกสู่ภายนอก ทำให้อุณหภูมินั้นจะค่อย ๆ ลดลงจากชั้นของฟอยด์มายังโพน ซึ่งอุณหภูมิต่ำสุดและสูงสุดของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ จะเท่ากับ 30 °C และ 68.3 °C ตามลำดับ



รูปที่ 5 ผลการจำลองการกระจายตัวของอุณหภูมิ (°C) ภายในของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ ชนิดแผ่นเรียบ ที่แปรตามเวลา

และได้นำค่าพารามิเตอร์ เงื่อนไขเริ่มต้น และ เงื่อนไขขอบเขต ไปจำลองผลในโปรแกรมสำเร็จรูป Comsol ดังรูปที่ 6 ซึ่งผลการจำลองอุณหภูมิของน้ำ ในงานวิจัยนี้เป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเอง เท่ากับ 62 °C และในโปรแกรมสำเร็จรูป Comsol เท่ากับ 61.41 °C ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกัน



รูปที่ 6 ผลการจำลองในโปรแกรมสำเร็จรูป Comsol



7. การสร้างอุปกรณ์ต้นแบบของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

โดยหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการออกแบบอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ มีขนาดกว้าง 700 mm. ยาว 1,000 mm. วางทำมุม 30 องศา จากแนวระดับ ประกอบด้วยกระจกหนา 6 mm. มีหน้าที่ป้องกันการสูญเสียความร้อนจากการพาความร้อนและการแผ่รังสีความร้อนออกจากแผงรับรังสี อีกทั้งยังป้องกันฝุ่นละอองและสิ่งสกปรกไม่ให้เข้าไปข้างในแผงรับรังสีแสงอาทิตย์ ต่อมาจะเป็นท่อทองแดงซึ่งนำความร้อนได้ดี ขนาด 4 หุน เส้นผ่านศูนย์กลาง 16 mm. หนา 2 mm. อัดรัดติดกับแผ่นดูดกลืนรังสีทำมาจากอะลูมิเนียม ซึ่งทำสีดำเพื่อดูดกลืนความร้อนได้มากขึ้น โดยที่แผ่นดูดกลืนรังสีจะถ่ายเทความร้อนมายังท่อน้ำ ซึ่งท่อน้ำจะถ่ายเทความร้อนมายังน้ำ

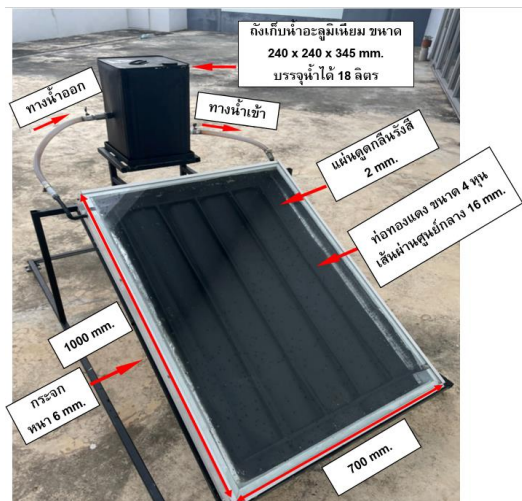


รูปที่ 7 อุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

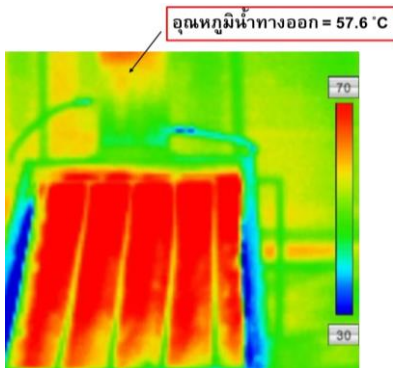
จากนั้นจะเป็นชั้นของฟอยด์และโพลีเอทิลีนจะทำหน้าที่ป้องกันการสูญเสียความร้อนออกสู่ภายนอก และถึงน้ำทำจากสแตนเลสไม่เป็นสนิมบรรจุน้ำได้ 18 ลิตร สามารถทนความร้อนได้สูง โดยที่ทางน้ำเข้าแผงจะต่ำกว่าทางน้ำออกจากแผง และต้องวางตั้งให้สูงกว่าแผงรับแสงอาทิตย์ โดยรูปที่ 7 แสดงอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ และรูปที่ 8 แสดงส่วนประกอบของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ [14-16]

8. ผลการทดสอบจริงของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

โดยในหัวข้อนี้จะเป็นการนำผลการทดสอบจริงที่ได้จากการใช้กล้องถ่ายภาพความร้อน และดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์ โดยทดสอบจริงทั้งหมด 3 วัน แสดงดังรูปที่ 9



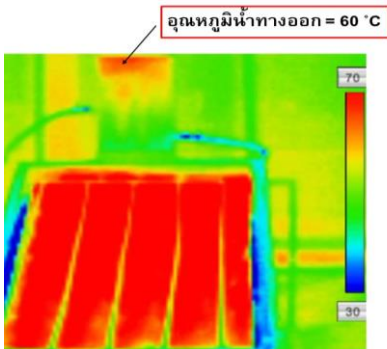
รูปที่ 8 ส่วนประกอบของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ ชนิดแผ่นเรียบ



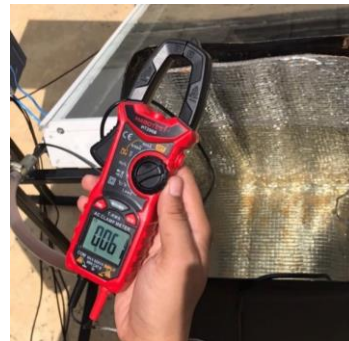
(ก) ผลการทดสอบจริงวันที่ 1 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน



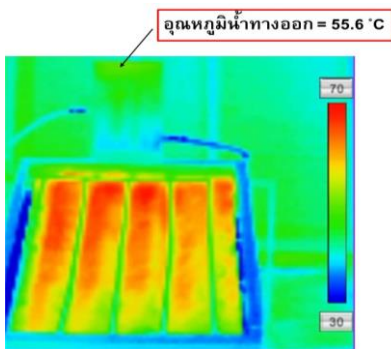
(ข) ผลการทดสอบจริงวันที่ 1 จากดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์



(ค) ผลการทดสอบจริงวันที่ 2 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน



(ง) ผลการทดสอบจริงวันที่ 2 จากดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์



(จ) ผลการทดสอบจริงวันที่ 3 จากกล้องถ่ายภาพความร้อน



(ฉ) ผลการทดสอบจริงวันที่ 3 จากดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์

รูปที่ 9 ผลการทดสอบจริงของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ



8. การเปรียบเทียบอุณหภูมิระหว่างผลการจำลองโดยใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ กับผลการทดสอบจริงของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

การเปรียบเทียบอุณหภูมิระหว่างผลการจำลองโดยใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ กับผลการทดสอบจริงโดยวัดจากกล้องถ่ายภาพความร้อน และดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์ ของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ แสดงได้ดังตารางที่ 2

จากผลการทดสอบจริงของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ โดยใช้กล้องถ่ายภาพความร้อนและดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์ เป็นเวลา 3 วัน ได้ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิในน้ำ คือ 57.7 °C และ 58.3 °C ตามลำดับ จากนั้นนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับผลการจำลองด้วยวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งมีอุณหภูมิเท่ากับ 62.0 °C พบว่าค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างผลการจำลองกับผลการทดสอบจริงโดยใช้กล้อง

ถ่ายภาพความร้อนและดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์ เท่ากับ 7.45% และ 6.34% ตามลำดับ เกิดจากในการทดสอบจริงบางเวลามีเมฆมาก และอุณหภูมิจากแสงอาทิตย์ไม่คงที่ ทำให้เกิดค่าความคลาดเคลื่อน ซึ่งผลที่ได้นั้นพบว่าผลการจำลองและผลการทดสอบจริงมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน

9. บทสรุป

ผลการทดสอบจริงโดยใช้กล้องถ่ายภาพความร้อนและดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์ ในการวัดอุณหภูมิของน้ำ จะเห็นได้ว่าอุณหภูมิด้านบนของท่อจะสูงกว่าอุณหภูมิด้านล่างของท่อ และอุณหภูมิด้านบนของถังน้ำจะสูงกว่าอุณหภูมิด้านล่างของถังน้ำ ซึ่งเป็นไปตามหลักการของเทอร์โมไซฟอน จากนั้นนำผลที่ได้จากการทดสอบจริงมาเปรียบเทียบกับผลการจำลองด้วยวิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ ซึ่งพบว่าผลการจำลองและผลการทดสอบจริงมีความสอดคล้องไปในทิศทางเดียวกัน

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบอุณหภูมิระหว่างผลการจำลองโดยใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์แบบ 3 มิติ กับผลการทดสอบจริงของอุปกรณ์ทำน้ำร้อนพลังงานแสงอาทิตย์ชนิดแผ่นเรียบ

ค่าอุณหภูมิ	ผลการจำลอง		ผลการทดสอบจริง	
	อุณหภูมิน้ำที่ได้จากการจำลองโดยใช้วิธีไฟไนท์อีลิเมนต์	อุณหภูมิน้ำสูงสุดจากกล้องถ่ายภาพความร้อน	อุณหภูมิน้ำสูงสุดจากดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์	อุณหภูมิน้ำสูงสุดจากดิจิตอลเทอร์โมมิเตอร์
อุณหภูมิจากการวัดวันที่ 1	62.0 °C	57.6 °C	58.0 °C	
อุณหภูมิจากการวัดวันที่ 2	62.0 °C	60.0 °C	61.0 °C	
อุณหภูมิจากการวัดวันที่ 3	62.0 °C	55.6 °C	56.0 °C	
อุณหภูมิเฉลี่ย	62.0 °C	57.7 °C	58.3 °C	
ค่าความคลาดเคลื่อน	-	7.45 %	6.34%	



10. เอกสารอ้างอิง

- [1] S. Poomsawat, A study of the efficiency of a solar water heater, Srinakharinwirot University Engineering Journal, 2019, No. 14(1), 67-77.
- [2] M. Loomans, H. Oversloot, A. de Bondt, R. Jansen and H. van Rij, Design tool for the thermal energy potential of asphalt pavements, The 8th International Building Performance Simulation Association, Proceeding, 2003, 745-752.
- [3] G. Boonyaaronnate, Thermal performance of solar water heater integrated vacuum tube with thermosyphon contain with phase change material, Thesis, Silpakorn University, 2015.
- [4] S. Intasith, Performance study of solar roof hot Water copper prallel fin tubes collector type with phase change material (PCM), Thesis, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Thailand, 2018.
- [5] S. Riamsuwan, Comparison of hot water systems between using heat pump and using flat plate solar collector for residential building, Thesis, Chulalongkorn University, 2011.
- [6] K. Dumeedae, S. Sueyu, and S. Kasor, Solar water heater hybrid with electric, YRU Journal of Science and Technology, 2017, 2(1), 65-75.
- [7] M.A. Bhatti, Advanced topics in finite element analysis of structures: With mathematica and MATLAB computations, John Wiley & Sons, NY, USA, 2006.
- [8] P. Dechaumphai, Numerical method in engineering, 9th Ed., Chulalongkorn University, Bangkok, Thailand, 2014.
- [9] I. Amornsawatwattana, and P. Poa-la-or, Analysis of temperature in solar thermal by 3-D finite element method, The 5th International Electrical Engineering Congress, Proceeding, 2017, 208-211.
- [10] S. Nattawut, and P. Padej, Analysis of insulation performance in various types inside freezer of the refrigerator by 3-D finite element method, The 14th Conference on Energy Network of Thailand (E-NETT), Proceeding, 2018, 16-19.
- [11] R.W. Lewis, P. Nithiarasu, and K.N. Seetharamu, Fundamentals of the finite element method for heat and fluid flow, John Wiley & Sons, Ltd., NY, USA, 2004.
- [12] S. Vacharakup, M. Peerasaksophol, T. Kulworawanichpong, and P. Pao-la-or, Study of natural frequencies and characteristics of piezoelectric transformers by using 3-D finite element method, Applied Mechanics and Materials, 2012, 61-66.
- [13] S. Puangcharomchai, A Modeling of Heat Transfer in cooling Coil using Finite element Method, Thesis, Mechanical Engineering, Phranakhon Rajabhat University, Thailand, 2005.



- [14] G.L. Morrison, I. Budihardjo, and M. Behnia, Water in glass evacuated tube solar water heaters, *Solar Energy*, 2004, 76(1-3), 135-140.
- [15] M. Smyth, P.C. Eames and B. Norton, Integrated collector storage solar water heaters, *Renewable and Sustainable Energy Review*, 2006, 10(6), 503-538.
- [16] W. Chun, Y.H. Kang, H.Y. Kwak and Y.S. Lee, An experimental study of the utilization of heat pipes for solar water heaters, *Applied Thermal Engineering*, 1999, 19(8), 807-817.