



## การวิเคราะห์ความเค้นในเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมโดยใช้แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

คมกร ไชยเดชาธร\* และ วีรพันธุ์ เจริญมีปรีชา

สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

สิทธิศักดิ์ แจ่มนาม

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

\* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 08 8592 9040 อีเมล: komkorn@rmuti.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2022.02.002

รับเมื่อ 29 ตุลาคม 2563 แก้ไขเมื่อ 1 ธันวาคม 2563 ตอรับเมื่อ 14 ธันวาคม 2563 เผยแพร่ออนไลน์ 3 กุมภาพันธ์ 2565

© 2022 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

### บทคัดย่อ

บทความนี้เสนอการศึกษาการวิเคราะห์ความเค้นในเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 150 มิลลิเมตร สูง 300 มิลลิเมตร โดยใช้ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม ABAQUS ความหนาของท่อเหล็กกรอกคอนกรีต ได้แก่ 3.0, 4.5 และ 6.0 มิลลิเมตร การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมได้ใช้ความสัมพันธ์ของน้ำหนักบรรทุกตามแนวแกน และการเสียรูปตามแนวแกนจากผลการทดสอบในห้องปฏิบัติการเป็นตัวเปรียบเทียบ ผลการศึกษาพบว่า การกระจายความเค้นในเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมโดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ระดับความสูงต่างกันบนหน้าตัดเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมมีพฤติกรรมการกระจายความเค้นที่แตกต่างกันออกไป โดยความเค้นที่เกิดขึ้นในคอนกรีตจะเพิ่มขึ้นเมื่อความหนาของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตมีค่าสูงขึ้น ซึ่งทำให้เกิดพฤติกรรมแบบแข็งตัวเนื่องจากความเครียด โดยที่ความชันของกราฟเพิ่มขึ้นเมื่อถึงจุดคราก และความเหนียวของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมจะเพิ่มขึ้นเมื่อมีการเพิ่มความหนาของท่อเหล็กกรอกคอนกรีต ทั้งนี้พบว่า ค่าการเสียรูปเกิดขึ้นสูงสุดที่บริเวณเสาท่อเหล็ก และการวิบัติของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมจากงานวิจัยนี้เป็นการวิบัติโดยแรงอัดตามแนวแกนไม่มีผลของการโก่งเดาะเข้ามาเกี่ยวข้องเนื่องจากยังคงเป็นพฤติกรรมแบบเสาสั้น

**คำสำคัญ:** การวิเคราะห์ความเค้น เสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลม โปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์ พฤติกรรมแบบแข็งตัวเนื่องจากความเครียด พฤติกรรมแบบเสาสั้น



## Stress Analysis in Concrete-filled Steel Circular Pipe Column by Finite Element Program

Komkorn Chaidachatorn\* and Weeraphan Jiammeepreecha

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering and Technology, Rajamangala University of Technology Isan, Nakhon Ratchasima, Thailand

Sittisak Jamnam

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok, Thailand

\* Corresponding Author, Tel. 08 8592 9040, E-mail: komkorn@rmu.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2022.02.002

Received 29 October 2020; Revised 1 December 2020; Accepted 14 December 2020; Published online: 3 February 2022

© 2022 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

### Abstract

This paper presents stress analysis of a concrete-filled steel circular pipe column (CFTCC) by ABAQUS finite element program. The diameter and height of the investigated CFTCC column are 150 mm, and 300 mm respectively. The thicknesses of circular steel pipe are varied from 3.0, 4.5 and 6.0 mm. The accuracy of the numerical results were compared with the experimental results. The results of the stress distribution of CFTCC using the finite element program show that stress distributions values were varied by different heights. The stress distribution in concrete increases with the increase of pipe wall thickness. Then the load-displacement relationship is similar to that of strain-hardening behavior; that is, the slope of load-displacement relation increases after reaching the yield point. The ductile of CFTCC increases with increased thickness of CFTCC. Finally, the highest of displacement will occur at the steel pipe. The failure behavior of CFTCC emerges only on the axial compression without buckling as a result of short column structural behavior.

**Keywords:** Stress Analysis, Concrete-Filled Steel Circular Pipe Column, Finite Element Program, Strain-Hardening Behavior, Short Column Behavior

Please cite this article as: K. Chaidachatorn, W. Jiammeepreecha, and S.Jamnam, "Stress analysis in concrete-filled steel circular pipe column by finite element program," *The Journal of KMUTNB*, vol. 32, no. 3, pp. 542-554, Jul.-Sep. 2022 (in Thai).



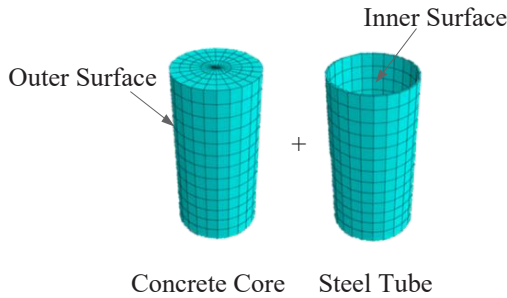
## 1. บทนำ

ปัจจุบันการเจริญเติบโตของอุตสาหกรรมก่อสร้างอาคารสูงได้มีการพัฒนาอย่างรวดเร็ว โครงสร้างเสาเป็นองค์อาคารซึ่งทำหน้าที่รับแรงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกเพื่อถ่ายลงสู่ชั้นล่าง โดยการก่อสร้างเริ่มจากชั้นตอนการผูกเหล็กเข้าแบบ หล่อคอนกรีต และถอดแบบหล่อคอนกรีตเมื่อได้อายุบ่ม ซึ่งใช้แรงงานในการก่อสร้าง การทำงาน และการควบคุมงานทำได้ยากโดยเฉพาะในชั้นสูงๆ [1]–[3] จากสถานการณ์ปัจจุบันการก่อสร้างกำลังประสบปัญหาการขาดแคลนแรงงานพื้นฐาน และแรงงานที่มีทักษะซึ่งส่งผลกระทบต่อค่าแรงงานในพื้นที่ซึ่งมีราคาสูงขึ้น อีกทั้งปัญหาด้านสถานที่ก่อสร้างบางแห่งในเขตเมืองขาดแคลนพื้นที่สำหรับการเก็บกองวัสดุ การตัด และตัดเหล็ก [4]–[6] ซึ่งไม่สอดคล้องกับทิศทางเศรษฐกิจในปัจจุบันที่มีการแข่งขันในด้านฝีมือ ราคา และความเร็วในการดำเนินการ

จากปัญหาดังกล่าวจึงเกิดการพัฒนารูปแบบการก่อสร้างเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลม (Concrete-filled Steel Circular Pipe Column; CFTCC) ในรูปแบบต่างๆ เริ่มต้นใน ค.ศ. 1960 จนกระทั่งได้รับความนิยมเป็นอย่างสูงสำหรับการใช้งานโครงสร้างอาคารสูง และเสาต่อม่อสะพาน [7], [8] ดังปรากฏในรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบในมาตรฐานต่างๆ เนื่องด้วยเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตสามารถป้องกันการวิบัติโดยการโก่งเดาะได้อย่างมีประสิทธิภาพตลอดจนเหมาะสำหรับโครงสร้างพื้นฐานในพื้นที่เสี่ยงต่อภัยพิบัติแผ่นดินไหว เนื่องจากคุณสมบัติระหว่างเหล็กรูปพรรณ และคอนกรีตของเสาเชิงประกอบมีกำลังรับแรงอัด (Strength) และความเหนียว (Ductility) สูง จึงช่วยเพิ่มความสามารถในการดูดซับพลังงานก่อนการวิบัติ (Composite Action) ทำให้สามารถรับแรงกระทำจากแผ่นดินไหวได้ดี [9]–[11] นอกจากนี้บริเวณที่เกิดความเค้นสะสมสูงสุดซึ่งเริ่มเกิดการแตกหักในการวิเคราะห์ และแก้ไขปัญหามีความจำเป็นต้องใช้ทฤษฎี และการออกแบบทางวิศวกรรม การจำลองสภาพการใช้งานโดยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะแสดงผลการกระจายของความเค้น ซึ่งแสดงตัวแปรที่มีผลต่อการกระจายความเค้น สะดวกเมื่อทำการปรับเปลี่ยน

เพื่อศึกษารูปแบบจำลองที่เหมาะสม อีกทั้งยังมีความรวดเร็วในการวิเคราะห์ อย่างไรก็ตาม การวิเคราะห์ด้านทฤษฎีเพียงอย่างเดียวยังไม่เพียงพอที่จะใช้ในการตอบปัญหาที่เกิดขึ้นได้ จำเป็นต้องใช้ผลการทดสอบในห้องปฏิบัติการทางวิศวกรรมควบคู่ไปด้วย ปัจจุบันได้มีนักวิจัยหลายท่านทำการศึกษา งานวิจัยเกี่ยวกับเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีต (CFTCC) เพื่อตอบโจทย์สภาวะเศรษฐกิจของประเทศไทยให้มีความรวดเร็วในการก่อสร้าง และลดค่าใช้จ่ายทางด้านเวลาในการดำเนินการก่อสร้าง จักษดา และกมลรัตน์ [1] ได้ศึกษาผลกระทบของลักษณะแรงกระทำต่อตัวอย่างท่อเหล็กหน้าตัดกลมกรอกคอนกรีตกำลังสูงภายใต้แรงอัดตามแนวแกน จากการทดสอบพบว่า พฤติกรรมการรับแรงของตัวอย่างในช่วงแรกมีลักษณะแบบเชิงเส้นตรงประมาณร้อยละ 0–80 ของกำลังรับแรงอัดสูงสุด จากนั้นตัวอย่างทดสอบเข้าสู่พฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นและมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างมากก่อนการวิบัติ โดยแบ่งพฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นเป็น 2 แบบ คือ Elastic-perfectly และ Strain-softening โดยพฤติกรรมแบบไม่เป็นเชิงเส้นเกิดจากการแตกร้าวของคอนกรีต และการโก่งเดาะเฉพาะที่ของผนังท่อเหล็กบริเวณปลายด้านบนและด้านล่างของเหล็กหน้าตัดกลมกรอกคอนกรีต ธนพัฒน์ [7], [8] ได้นำเสนอการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของเสาท่อเหล็กเติมด้วยคอนกรีตเสริมเหล็กรูปพรรณภายใต้แรงกระทำแบบตรงศูนย์ และเยื้องศูนย์ ตามลำดับ โดยพิจารณาการโอברด์ของคอนกรีตด้วยโปรแกรม ABAQUS ผลการวิเคราะห์จากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์พบว่า สามารถทำนายพฤติกรรมการรับกำลังอัดในแนวแกนได้อย่างเหมาะสม และการคำนวณกำลังมาตรฐาน AISC มีความปลอดภัยจากการตรวจสอบโดยผลทดสอบในอดีตและแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ ผลกระทบต่อลักษณะหน้าตัดเสาพบว่า เมื่อเพิ่มพื้นที่ของเหล็กรูปพรรณจะช่วยทำให้กำลังรับแรงอัดตามแนวแกนของเสาดังกล่าวเพิ่มขึ้น

สำหรับวัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ เป็นการวิเคราะห์ความเค้นในเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมที่ระดับความสูงแตกต่างกันโดยการพัฒนาแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Model) ต่อจากงานวิจัยของ



รูปที่ 1 แบบจำลองเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีต (CFTCC)

Nandun และคณะ [12], [13] และเปรียบเทียบกับผลทดสอบในห้องปฏิบัติการ [1] ภายใต้การแปรเปลี่ยนขนาดความหนาเสาท่อเหล็กหน้าตัดกลมขนาด 3.0, 4.5 และ 6.0 มิลลิเมตร ตามลำดับ

## 2. วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

วิธีการวิจัยในบทความนี้ประกอบไปด้วยสมมติฐานที่ใช้ในการจำลองโครงสร้าง สมบัติทางกลของคอนกรีตและเสาท่อเหล็ก และระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งจะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 2.1 สมมติฐานที่ใช้ในการจำลองโครงสร้าง

2.1.1 พิจารณาแรงเสียดทานระหว่างคอนกรีตบริเวณด้านนอกและเสาท่อเหล็กบริเวณด้านใน ดังแสดงในรูปที่ 1

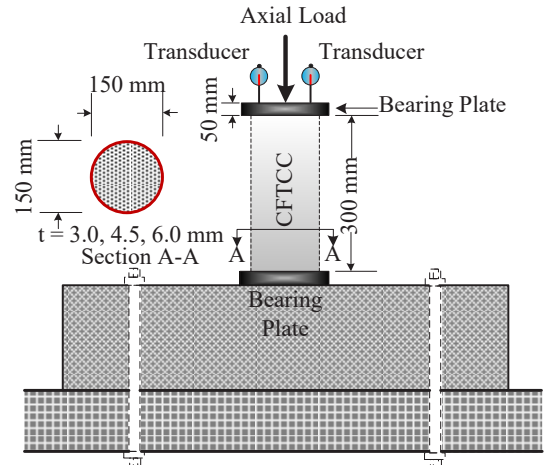
2.1.2 การเสียดระหว่างเสาท่อเหล็กและคอนกรีตจะถือว่ามีการถ่ายแรงเฉือนได้เพียงบางส่วน (Partially Composite Action)

2.1.3 สมบัติของคอนกรีตและเสาท่อเหล็กจะใช้ผลการทดสอบในห้องปฏิบัติการ [1] ดังแสดงในตารางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ

2.1.4 แรงกระทำในแนวแกนกระจายสม่ำเสมอตลอดทั้งหน้าตัดสำหรับการทดสอบแรงกดด้านบน

2.1.5 ไม่พิจารณาผลกระทบจากหน่วยแรงคงค้าง (Residual Stress) ในเสาท่อเหล็ก

2.1.6 ฐานรองรับด้านล่างเป็นแบบยึดหมุน (Hinged Support) และเงื่อนไขขอบเขตด้านบนเป็นแบบลื่น



รูปที่ 2 การทดสอบในห้องปฏิบัติการ [1]

(Roller Boundary Condition) ตามลักษณะการทดสอบในห้องปฏิบัติการ [1] ดังแสดงในรูปที่ 2

ตารางที่ 1 สมบัติของคอนกรีตที่ใช้ในการวิเคราะห์ [1]

รายการ	ปริมาณ
กำลังอัดประลัย ( $f'_c$ )	45 เมกะปาสคาล
ความหนาแน่น ( $\rho_c$ )	2,313 กก/ม <sup>3</sup>
มอดุลัสยืดหยุ่น ( $E_c$ )	31,808 เมกะปาสคาล
อัตราส่วนปัวซอง ( $\mu_c$ )	0.20

ตารางที่ 2 สมบัติของเสาท่อเหล็กที่ใช้ในการวิเคราะห์ [1]

รายการ	ปริมาณ
ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง ( $d_s$ )	0.15 เมตร
ความสูง ( $h_s$ )	0.30 เมตร
ความหนา ( $t_s$ )	3.0, 4.5, 6.0 มิลลิเมตร
ความหนาแน่น ( $\rho_s$ )	7,850 กก/ม <sup>3</sup>
กำลังจุดคราก ( $f_y$ )	370.2 เมกะปาสคาล <sup>(1)</sup> 347.5 เมกะปาสคาล <sup>(2)</sup> 366.7 เมกะปาสคาล <sup>(3)</sup>
มอดุลัสยืดหยุ่น ( $E_s$ )	199.8×10 <sup>3</sup> เมกะปาสคาล <sup>(1)</sup> 198.1×10 <sup>3</sup> เมกะปาสคาล <sup>(2)</sup> 201.2×10 <sup>3</sup> เมกะปาสคาล <sup>(3)</sup>
อัตราส่วนปัวซอง ( $\mu_s$ )	0.30

หมายเหตุ: <sup>(1),(2),(3)</sup> สำหรับเสาท่อเหล็กหนา 3.0, 4.5 และ 6.0 มม. ตามลำดับ

## 2.2 สมบัติทางกลสำหรับคอนกรีตและเสาท่อเหล็ก

การสร้างแบบจำลองโครงสร้างของเสา CFTCC โดยใช้โปรแกรม ABAQUS [14] จำเป็นจะต้องกำหนดสมบัติทางกลสำหรับคอนกรีตและเสาท่อเหล็กดังนี้

### 2.2.1 สมบัติทางกลสำหรับคอนกรีต

การกำหนดสมบัติทางกลของคอนกรีตในโปรแกรม ABAQUS มีทั้งหมด 3 รูปแบบ คือ Concrete Smeared Cracking, Concrete Damaged Plasticity และ Brittle Cracking ในงานวิจัยนี้พิจารณาเลือกใช้รูปแบบ Concrete Damaged Plasticity ซึ่งเป็นการกำหนดสมบัติทางกลของคอนกรีตที่ถูกกรอกภายในเสาท่อเหล็กที่พิจารณาผลของการโอบรัด (Confinement) อันเนื่องมาจากเสาท่อเหล็ก [15] ดังนั้นพฤติกรรมไม่เป็นเชิงเส้นของคอนกรีต (Concrete Nonlinearity) จะถูกจำลองโดยให้มีสมบัติเป็นพลาสติก ประกอบด้วยพารามิเตอร์สำคัญ 5 ค่า คือ  $\psi, K_c, f'_{bo}/f'_c \in$  และ  $\mu$  สำหรับค่า  $\psi$  สามารถคำนวณได้โดยเริ่มต้นจากฟังก์ชันการไหลแบบศักย์ (Flow Potential Energy) [16] ดังสมการที่ (1)

$$G(\sigma) = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (1)$$

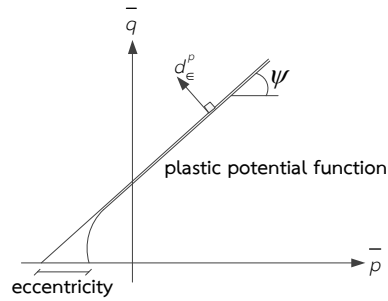
เมื่อ  $\epsilon$  คือ ระยะเยื้องศูนย์ (Eccentricity)  $\sigma_{t0}$  คือ กำลังด้านทานแรงดึงตามแนวแกนของคอนกรีต และ  $\psi$  คือ มุมการขยายตัว (Dilatation Angle) ซึ่งสามารถวัดได้ในระนาบ  $\bar{p}$  และ  $\bar{q}$  ซึ่งเป็นระนาบที่เกิดความดันในการโอบรัดสูง (High Confining Pressure) ดังแสดงในรูปที่ 3 สำหรับกรณีที่กำลังกำลังที่จุดครากของเสาท่อเหล็กมีค่าไม่เกิน 400 เมกะปาสคาล จะมีค่าดังสมการที่ (2)

$$\psi = -2.0769\xi_c^2 - 42.396\xi_c + 63.72 \quad (2)$$

สำหรับกรณีอื่นๆ จะมีค่าดังสมการที่ (3)

$$\psi = -0.0138C^3 + 0.6265C^2 - 9.558C + 71.49 \quad (3)$$

เมื่อ  $\xi_c$  คือ ค่าตัวคูณเนื่องจากการโอบรัด (Confinement Factor) และ  $C$  คือ ตัวคูณปรับแก้ จะมีค่าดังสมการที่ (4) และ (5)



รูปที่ 3 มุมการขยายตัว [16]

$$\xi_c = \frac{A_s f_y}{A_c f'_c} \quad (4)$$

$$C = \xi_c + 1.9 \frac{f_y}{200} \quad (5)$$

สำหรับค่า  $K_c$  คือ อัตราส่วนที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงในลำดับที่สอง (Second Invariant) จะมีค่าดังสมการที่ (6)

$$K_c = \frac{5.5}{5 + 2(f'_c)^{0.075}} \quad (6)$$

อย่างไรก็ตาม ในโปรแกรม ABAQUS จะกำหนดให้ใช้เท่ากับ 2/3 สำหรับค่าอัตราส่วน  $f'_{bo}/f'_c$  โดยงานวิจัยของ Richard และคณะ [17] ได้เสนอสมการที่ใช้ในการคำนวณหาค่ากำลังด้านทานแรงอัดของคอนกรีตภายใต้แรงดันทางด้านข้าง ดังแสดงในสมการที่ (7)

$$f'_{bo} = f'_c + k_1 f_h \quad (7)$$

เมื่อ  $f'_{bo}$  คือ กำลังด้านทานแรงอัดของคอนกรีตเมื่อมีแรงดันรอบข้าง  $f'_c$  คือ กำลังด้านทานแรงอัดของคอนกรีตเมื่อปราศจากแรงดันรอบข้าง  $f_h$  คือ แรงดันรอบข้าง และ  $k_1$  คือ สัมประสิทธิ์ของการโอบรัดสำหรับคอนกรีตกำลังปกติและคอนกรีตกำลังสูง เท่ากับ 4.1 และ 2.0 ตามลำดับ สำหรับค่าระยะเยื้องของการไหลแบบศักย์ (Flow Potential Eccentricity) ในโปรแกรม ABAQUS กำหนดให้ใช้เท่ากับ  $\epsilon = 0.1$  และค่าพารามิเตอร์ของความหนืด (Viscosity Parameter) ซึ่งจะสามารถนิยามได้จากกระบวนการ Devaut-Lions [16] โดยกำหนดให้เท่ากับ  $\mu = 0.0$

### 2.2.2 สมบัติทางกลสำหรับเสาท่อเหล็ก

สมบัติทางกลของเสาท่อเหล็กที่จำเป็นต้องกำหนดในโปรแกรม ABAQUS ได้แก่ ค่ามอดูลัสยืดหยุ่น (Elastic Modulus) ความเค้นที่จุดคราก (Yield Stress) ความเค้นสูงสุด (Ultimate Stress) ความเครียดที่จุดคราก (Yield Strain) และความเครียดสูงสุด (Ultimate Strain) ซึ่งจากงานวิจัยของ Tao และคณะ [18] ได้กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น และความเครียดของเสาท่อเหล็กจะคำนวณได้ดังแสดงในสมการที่ (8)

$$\sigma = \begin{cases} E_s \varepsilon & 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_y \\ f_y & \varepsilon_y \leq \varepsilon < \varepsilon_p \\ f_u - (f_u - f_y) \left( \frac{\varepsilon_u - \varepsilon}{\varepsilon_u - \varepsilon_p} \right)^p & \varepsilon_p \leq \varepsilon < \varepsilon_u \\ f_u & \varepsilon \geq \varepsilon_u \end{cases} \quad (8)$$

เมื่อ  $f_y$  คือ ความเค้นของเสาท่อเหล็กที่จุดคราก  $E_s$  คือ มอดูลัสยืดหยุ่นของเสาท่อเหล็ก และ  $\varepsilon, \varepsilon_y, \varepsilon_p, \varepsilon_u$  คือ ความเครียดของเสาท่อเหล็กที่จุดใดๆ จุดคราก จุดเริ่มต้น และจุดสูงสุดของเสาท่อเหล็ก สำหรับค่า  $p$  คือ เลขยกกำลังของการทำให้แข็งด้วยความเครียด (Strain-hardening Exponent) ซึ่งสามารถนิยามได้จากสมการที่ (9)

$$p = E_p \left( \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_p}{f_u - f_y} \right) \quad (9)$$

เมื่อ  $E_p$  คือ มอดูลัสเริ่มต้นของการทำให้แข็งด้วยความเครียดสำหรับเสาท่อเหล็ก (Strain-hardening of Steel Tube) จะมีค่าอยู่ประมาณร้อยละ 2 ของค่า  $E_s$

สำหรับการคำนวณหาค่าความเครียดของเสาท่อเหล็กที่จุดเริ่มต้นของการทำให้แข็งด้วยความเครียด ( $\varepsilon_p$ ) และจุดสูงสุด ( $\varepsilon_u$ ) สำหรับกรณีที่ค่ากำลังที่จุดครากของเสาท่อเหล็กมีค่าไม่เกิน 300 เมกะปาสคาล จะมีค่าดังสมการที่ (10) และ (11)

$$\varepsilon_p = 15\varepsilon_y \quad (10)$$

$$\varepsilon_u = 100\varepsilon_y \quad (11)$$

สำหรับกรณีอื่นๆ จะมีค่าดังสมการที่ (12) และ (13)

$$\varepsilon_p = [15 - 0.018(f_y - 300)] \varepsilon_y \quad (12)$$

$$\varepsilon_u = [100 - 0.15(f_y - 300)] \varepsilon_y \quad (13)$$

และในกรณีไม่มีผลการทดสอบค่าความเค้นสูงสุดของเสาท่อเหล็ก สำหรับกรณีที่ค่ากำลังที่จุดครากของเสาท่อเหล็กมีค่าตั้งแต่ 200 ถึง 400 เมกะปาสคาล จะมีค่าดังสมการที่ (14)

$$f_u = \left[ 1.6 - \left( \frac{f_y - 200}{500} \right) \right] f_y \quad (14)$$

สำหรับกรณีที่ค่ากำลังที่จุดครากของเสาท่อเหล็กมีค่าตั้งแต่ 400 ถึง 800 เมกะปาสคาล จะมีค่าดังสมการที่ (15)

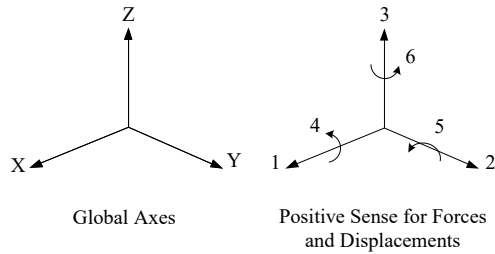
$$f_u = \left[ 1.2 - 3 \left( \frac{f_y - 400}{8000} \right) \right] f_y \quad (15)$$

### 2.3 ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ABAQUS ซึ่งแบ่งออกเป็น ABAQUS/Standard กับ ABAQUS/Explicit สำหรับปัญหาทางสถิตยศาสตร์ (Static Analysis) กับปัญหาแบบกึ่งสถิตยศาสตร์ (Quasi-static Analysis) ตามลำดับ ดังนั้นการศึกษาค้นคว้าจึงเลือกใช้ ABAQUS/Standard สำหรับแก้ปัญหาน้ำหนักบรรทุกทุกวิถีสำหรับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตโดยกระบวนการของ Risk Method ซึ่งเป็นกระบวนการของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson Method) ร่วมกับวิธีการเพิ่มความยาวส่วนโค้งสมการในแต่ละรอบการทำซ้ำดังแสดงในสมการที่ (16)

$$P_{total} = P_0 + \lambda(P_{ref} - P_0) \quad (16)$$

เมื่อ  $P_0$  คือ น้ำหนักบรรทุก  $P_{ref}$  คือ แรงอ้างอิงในสภาวะเริ่มต้นของกระบวนการทำซ้ำ  $P_{total}$  คือ แรงที่สภาวะรอบของการทำซ้ำ และ  $\lambda$  คือ แฟกเตอร์สัดส่วนของแรงกระทำ



รูปที่ 4 ระบบพิกัดฉากและการเคลื่อนที่

การวิเคราะห์ปัญหาใช้รูปแบบ Input File โดยการกำหนดจุดต่อ และชิ้นส่วนจากคำสั่งตามการใช้งานที่กำหนดของโปรแกรม โดยในงานวิจัยได้พิจารณาเลือกใช้ชิ้นส่วนย่อยแบบ C3D8R (8-Node Linear Brick, Reduced Integration, Hourglass Control) สำหรับเสาท่อเหล็กและคอนกรีตที่กรอกภายใน และชิ้นส่วนย่อยแบบ R3D4 (4-Node, Bilinear Quadrilateral) สำหรับแผ่นโลหะกวดด้านบนและแผ่นเหล็กหนาสำหรับฐานรองรับ โดยที่กำหนดเงื่อนไขจุดรองรับของแผ่นโลหะสำหรับการทดสอบแรงกดด้านบนและเงื่อนไขจุดรองรับของแผ่นเหล็กหนาสำหรับฐานรองรับบริเวณด้านล่าง ดังสมการที่ (17) และ (18) ตามลำดับ ดังนี้

$$U_1 = U_2 = UR_1 = UR_2 = UR_3 = 0 \quad (17)$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = UR_1 = UR_3 = 0 \quad (18)$$

เมื่อ  $U_1, U_2, U_3$  คือ การเคลื่อนที่ตามแนวแกน 1, 2 และ 3 ตามลำดับ และ  $UR_1, UR_2, UR_3$  คือการหมุนรอบแนวแกน 1, 2 และ 3 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 4

### 3. ผลการทดลอง

#### 3.1 การตรวจสอบแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

การศึกษาพฤติกรรมของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมจากแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยโปรแกรม ABAQUS ซึ่งเป็นการพัฒนาแบบจำลองต่อจากงานวิจัยของ Nandun และคณะ [12], [13] โดยเริ่มต้นจากการตรวจสอบค่ากำลังรับแรงอัดสูงสุดของแบบจำลองเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองที่ได้จากงานวิจัยนี้ โดย

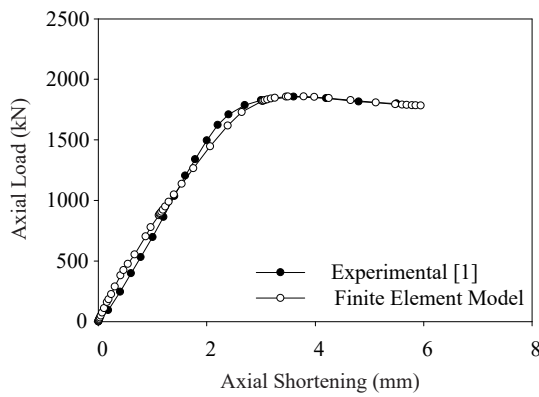
เปรียบเทียบกับผลการทดสอบในห้องปฏิบัติการจากงานวิจัยของจักษดา และกมลรัตน์ [1] ดังแสดงในตารางที่ 3 ซึ่งจะพบว่า มีค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ที่ร้อยละ 1.12, 0.51 และ 0.03 สำหรับเสาท่อเหล็กที่มีความหนา 3.0, 4.5 และ 6.0 มิลลิเมตร ตามลำดับ ดังนั้นแสดงให้เห็นว่าเมื่อความหนาของเสาท่อเหล็กมีค่าเพิ่มสูงขึ้นจะส่งผลทำให้ความสามารถในการโอบรัดตีขึ้น นอกจากนี้ยังส่งผลให้ค่าการเคลื่อนที่น้อยลง และส่งผลให้ค่าความเค้นมีค่าความเข้มข้นเพิ่มขึ้น เมื่อความหนาท่อเพิ่มสูงขึ้น รูปที่ 5 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าน้ำหนักบรรทุก และการเสียรูปตามแนวแกน ซึ่งจะพบว่า มีลักษณะใกล้เคียงกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในช่วงที่พฤติกรรมการรับแรงมีลักษณะเป็นแบบเชิงเส้น (Linear Behavior) หลังจากนั้นพฤติกรรมของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตจะเข้าสู่ช่วงไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Behavior)

ตารางที่ 3 กำลังรับแรงอัดสูงสุดของเสา CFTCC

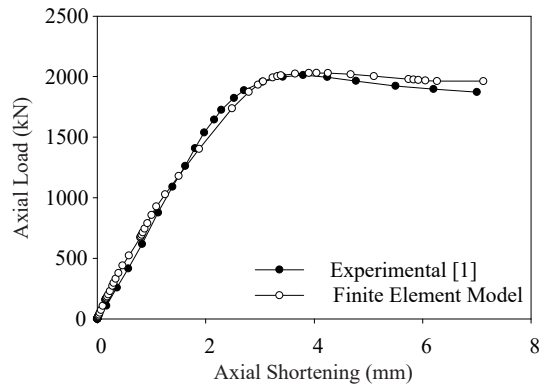
ความหนาของเสาท่อเหล็ก (มิลลิเมตร)	ปริมาณ (กิโลนิวตัน)		
	ผลการทดสอบ [1]	งานวิจัยนี้	ร้อยละความแตกต่าง
3.0	1,858.35	1,857.80	0.030
4.5	2,030.37	2,040.70	-0.506
6.0	2,461.63	2,489.50	-1.120

#### 3.2 ความเค้นบนหน้าตัดเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีต

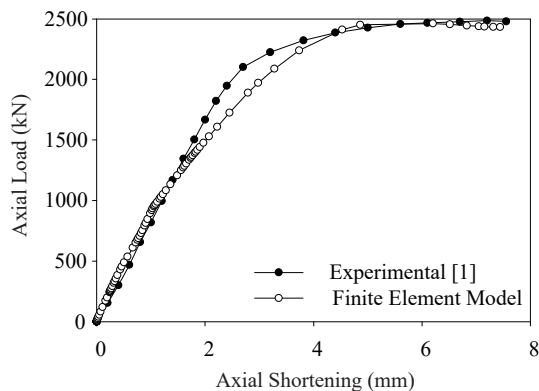
การศึกษาค่าพารามิเตอร์ที่ส่งผลกระทบต่อความเค้นบนหน้าตัดโดยการแปรเปลี่ยนขนาดความหนาของเสาท่อเหล็ก 3.0, 4.5 และ 6.0 มิลลิเมตร ดังแสดงในรูปที่ 6 ถึง 8 ตามลำดับ โดยค่าความเค้นเริ่มต้นจะวัดจากบริเวณแกนกลางเสา CFTCC ที่จุดพิจารณา  $R/r = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  และ  $1.0$  ตามลำดับ เมื่อ  $R$  คือ ระยะจากจุดศูนย์กลางไปยังตำแหน่งที่ต้องการหาค่าความเค้นตามแนวความยาวรัศมี และ  $r$  คือ ความยาวรัศมีของแกนคอนกรีต ในที่นี้การคำนวณค่าแรงภายในที่เกิดขึ้นจะสามารถคำนวณได้จากค่าความเค้นตามแนวแกนที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดคูณกับพื้นที่หน้าตัดของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีต



(ก) เสাত่อเหล็กความหนา 3.0 มม.

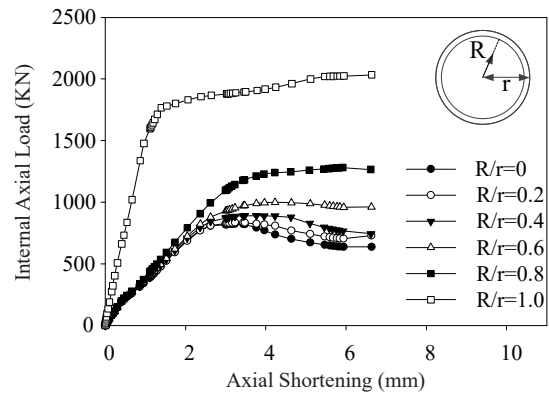


(ข) เสাত่อเหล็กความหนา 4.5 มม.

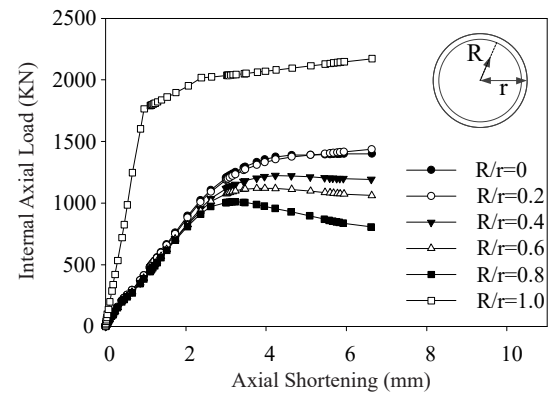


(ค) เสাত่อเหล็กความหนา 6.0 มม.

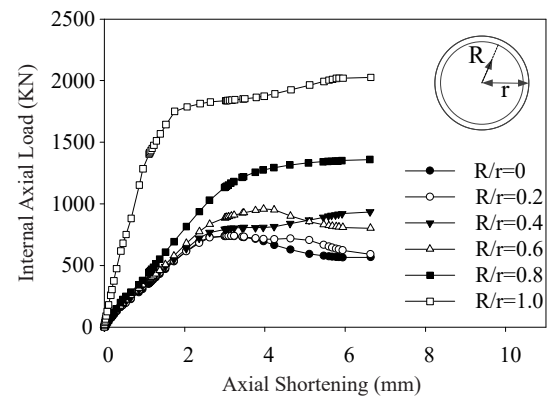
รูปที่ 5 การเปรียบเทียบความสัมพันธ์ระหว่างค่าน้ำหนักบรรทุกและการเสียรูปตามแนวแกน



(ก)  $z/h_s = 1.0$  บริเวณปลายเสาด้านบน



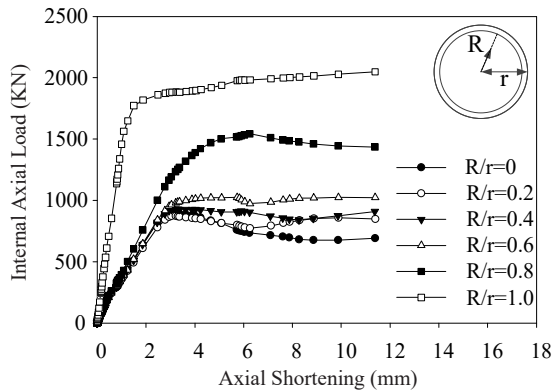
(ข)  $z/h_s = 0.5$  บริเวณกึ่งกลางความสูง



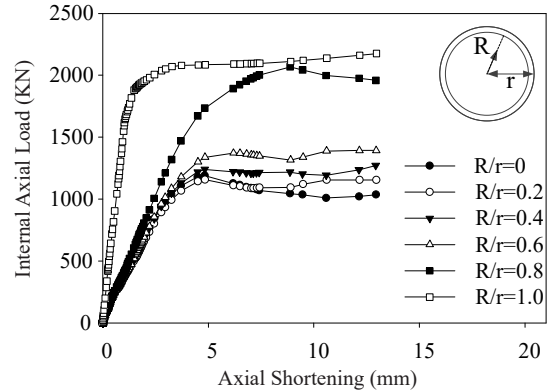
(ค)  $z/h_s = 0.0$  บริเวณจุดรองรับด้านล่าง

รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าน้ำหนักบรรทุกและการเสียรูปตามแนวแกนของเสาท่อเหล็กหน้าตัดวงกลมกรอกคอนกรีตที่มีความหนา 3.0 มิลลิเมตร

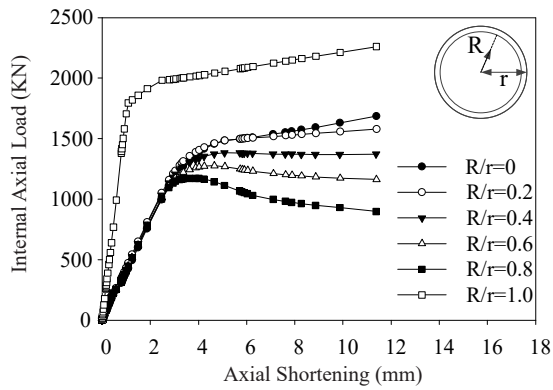




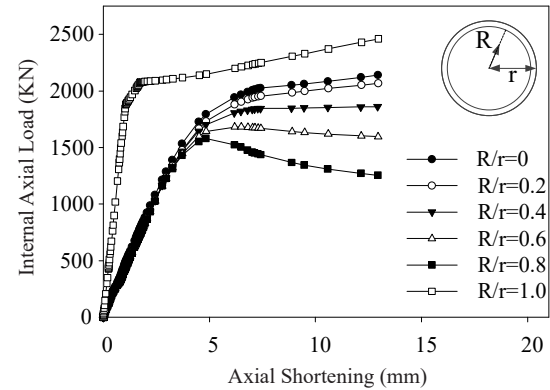
(ก)  $z/h_s = 1.0$  บริเวณปลายเสาด้านบน



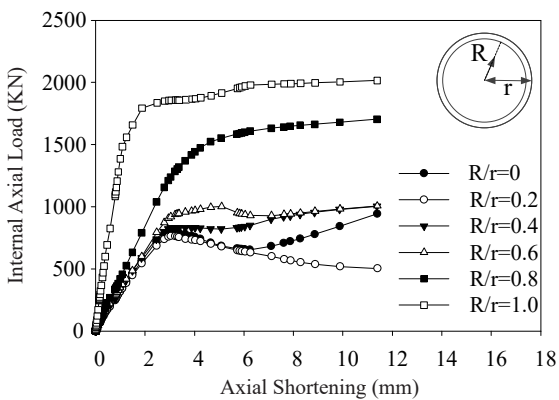
(ก)  $z/h_s = 1.0$  บริเวณปลายเสาด้านบน



(ข)  $z/h_s = 0.5$  บริเวณกึ่งกลางความสูง

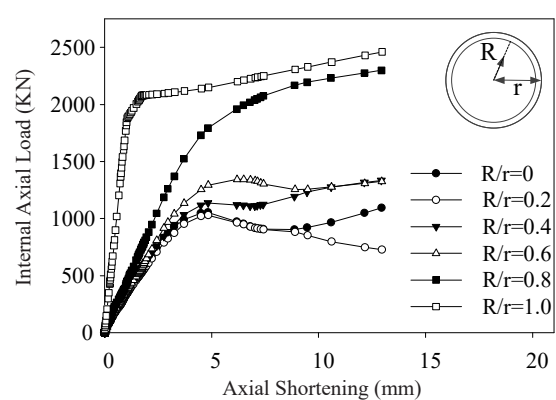


(ข)  $z/h_s = 0.5$  บริเวณกึ่งกลางความสูง



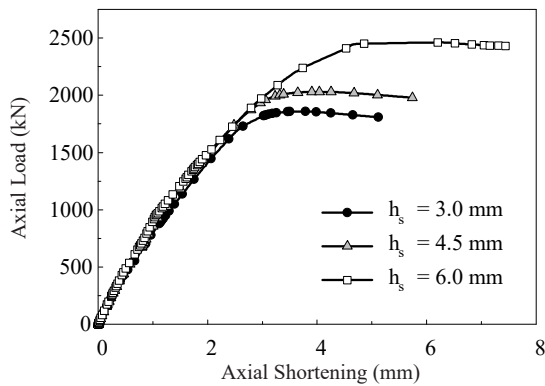
(ค)  $z/h_s = 0.0$  บริเวณจุดรองรับด้านล่าง

**รูปที่ 7** ความสัมพันธ์ระหว่างค่าน้ำหนักบรรทุกและการเสีรूपตามแนวแกนของเสาต่อเหล็กหน้าตัดวงกลมกรอกคอนกรีตที่มีความหนา 4.5 มิลลิเมตร



(ค)  $z/h_s = 0.0$  บริเวณจุดรองรับด้านล่าง

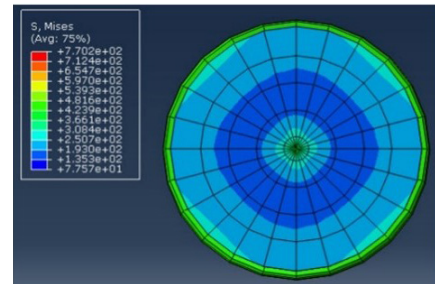
**รูปที่ 8** ความสัมพันธ์ระหว่างค่าน้ำหนักบรรทุกและการเสีรूपตามแนวแกนของเสาต่อเหล็กหน้าตัดวงกลมกรอกคอนกรีตที่มีความหนา 6.0 มิลลิเมตร



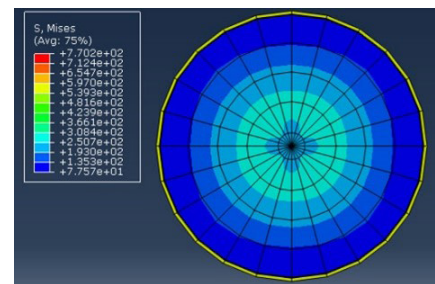
รูปที่ 9 ผลของการเปลี่ยนแปลงความหนาของเสาต่อเหล็ก

ความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดตามแนวแกนกับระยะหดตัวที่ความสูงปลายด้านบน ( $z/h_s = 1.0$ ) กึ่งกลางเสา ( $z/h_s = 0.5$ ) และปลายล่าง ( $z/h_s = 0.0$ ) โดยที่  $z$  คือ ตำแหน่งที่ต้องการหาค่าความเค้นวัดตามแนวแกนของเสาจะพบว่า ค่าความเค้นจากคอนกรีตไปสู่ต่อเหล็กนั้น จากตำแหน่ง  $R/r = 1.0$  ซึ่งเป็นตำแหน่งที่เกิดค่าความเค้นสูงสุดของคอนกรีต และค่าความเค้นจะเริ่มลดลงจากตำแหน่ง  $R/r = 0.8$  จนกระทั่ง  $R/r = 0.0$  ตามลำดับ และเกิดค่าความเค้นวิกฤติที่ตำแหน่ง  $R/r = 1.0$  ซึ่งเป็นบริเวณผิวสัมผัสระหว่างเสาต่อเหล็กที่โอบรัดคอนกรีต และความสัมพันธ์ระหว่างแรงอัดตามแนวแกนกับระยะหดตัวของเสาต่อเหล็กกรอกคอนกรีตเมื่อแปรเปลี่ยนความหนาของเสาต่อเหล็กพบว่าความหนาของเสาต่อเหล็กจะส่งผลทำให้ค่าน้ำหนักบรรทุกวิกฤติมีค่าสูงขึ้นดังแสดงในรูปที่ 9

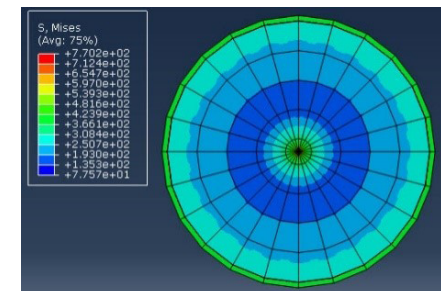
ในขณะที่การเสียรูปจะมีค่าความเหนียวเพิ่มสูงขึ้นเมื่อความหนาเพิ่มขึ้น ค่าการกระจายความเค้นสูงสุดในแบบจำลองที่มีความหนาของเสาต่อเหล็ก 3.0 มิลลิเมตร ที่ตำแหน่งบนหน้าตัด  $R/r = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  และ 1.0 เท่ากับร้อยละ 64.44, 66.10, 54.84, 48.86, 37.14 และ 100 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 10 ในขณะที่การเสียรูปจะมีค่าความเหนียวเพิ่มสูงขึ้นเมื่อความหนาเพิ่มขึ้น ค่าการกระจายความเค้นสูงสุดในแบบจำลองที่มีความหนาของเสาต่อเหล็ก 3.0 มิลลิเมตร ที่ตำแหน่งบนหน้าตัด  $R/r = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  และ 1.0 เท่ากับร้อยละ 64.44, 66.10, 54.84,



(ก)  $z/h_s = 1.0$  บริเวณปลายเสาด้านบน



(ข)  $z/h_s = 0.5$  บริเวณกึ่งกลางความสูง

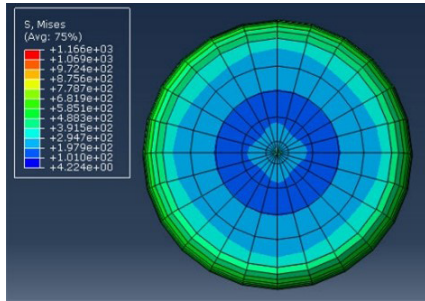


(ค)  $z/h_s = 0.0$  บริเวณจุดรองรับด้านล่าง

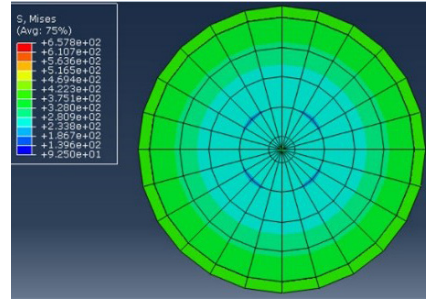
รูปที่ 10 ความเข้มข้นของความเค้นบนหน้าตัดของเสาต่อเหล็กหน้าตัดวงกลมกรอกคอนกรีตที่มีความหนา 3.0 มิลลิเมตร ที่น้ำหนักบรรทุกวิกฤติ 1,857.80 กิโลนิวตัน

48.86, 37.14 และ 100 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 10

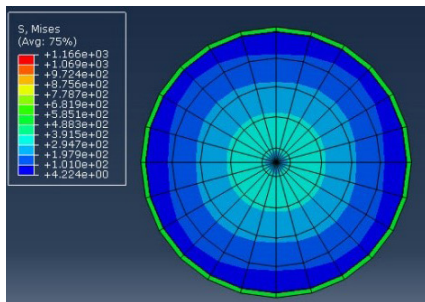
สำหรับแบบจำลองที่มีความหนาของเสาต่อเหล็ก 4.5 มิลลิเมตร ที่ตำแหน่งบนหน้าตัด  $R/r = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  และ 1.0 เท่ากับร้อยละ 74.54, 69.80, 60.69, 51.42, 39.73 และ 100 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 11 สำหรับ



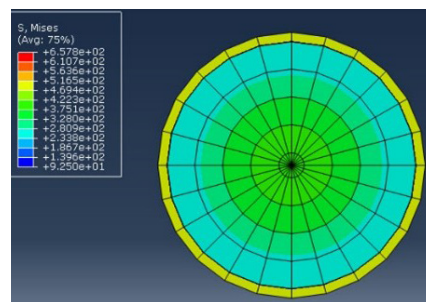
(ก)  $z/h_s = 1.0$  บริเวณปลายเสาด้านบน



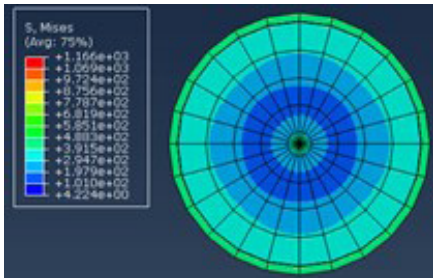
(ก)  $z/h_s = 1.0$  บริเวณปลายเสาด้านบน



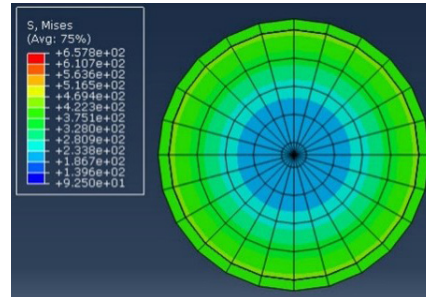
(ข)  $z/h_s = 0.5$  บริเวณกึ่งกลางความสูง



(ข)  $z/h_s = 0.5$  บริเวณกึ่งกลางความสูง



(ค)  $z/h_s = 0.0$  บริเวณจุดรองรับด้านล่าง



(ค)  $z/h_s = 0.0$  บริเวณจุดรองรับด้านล่าง

**รูปที่ 11** ความเข้มข้นของความเค้นบนหน้าตัดของเสาต่อเหล็กหน้าตัดวงกลมกรอกคอนกรีตที่มีความหนา 4.5 มิลลิเมตร ที่น้ำหนักบรรทุกทุกวิกฤติ 2040.70 กิโลนิวตัน

**รูปที่ 12** ความเข้มข้นของความเค้นบนหน้าตัดของเสาต่อเหล็กหน้าตัดวงกลมกรอกคอนกรีตที่มีความหนา 6.0 มิลลิเมตร ที่น้ำหนักบรรทุกทุกวิกฤติ 2489.50 กิโลนิวตัน

แบบจำลองที่มีความหนาของเสาต่อเหล็ก 6.0 มิลลิเมตร ที่ตำแหน่งหน้าตัด  $R/r = 0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8$  และ 1.0 เท่ากับร้อยละที่ 87.01, 84.03, 75.70, 64.89, 51.01 และ 100 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 12

ที่เกิดขึ้นในคอนกรีตที่ตำแหน่งกึ่งกลางความสูงของเสา ( $z/h_s = 0.5$ ) จะมีค่าความเค้นที่ตำแหน่งที่กึ่งกลางหน้าตัด ( $R/r = 0.0$ ) แตกต่างจากที่ตำแหน่งปลายด้านบน ( $z/h_s = 1.0$ ) และปลายด้านล่าง ( $z/h_s = 0.0$ ) ของเสาต่อเหล็ก เนื่องจากผลของเงื่อนไขจุดรองรับดังแสดงในสมการที่ (17) และ (18)

นอกจากนี้ยังพบว่า เมื่อทำการพิจารณาค่าความเค้น

ตามลำดับ อีกทั้งยังพบว่า ที่ตำแหน่งกึ่งกลางความสูงของเสา ( $z/h_s = 0.5$ ) ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบริเวณศูนย์กลางของหน้าตัดจะมีค่าสูงกว่าบริเวณขอบ เนื่องจากที่ตำแหน่งกึ่งกลางความสูงนั้นเสาท่อเหล็กจะเกิดการขยายตัวด้านข้างจึงส่งผลทำให้คอนกรีตที่บริเวณขอบดังกล่าวเกิดค่าความเค้นตามแนวแกนน้อยตามไปด้วย

#### 4. สรุป

การวิเคราะห์ความเค้นในเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมโดยใช้โปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ ABAQUS ที่มีความหนาของท่อเหล็กกรอกคอนกรีต 3.0, 4.5 และ 6.0 มิลลิเมตร โดยใช้ชิ้นส่วนย่อยแบบ C3D8R สำหรับเสาท่อเหล็ก และคอนกรีตที่กรอกภายใน และชิ้นส่วนย่อยแบบ R3D4 สำหรับแผ่นโลหะกดด้านบนและฐานรองรับด้านล่าง

ผลการศึกษาพบว่า ค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในคอนกรีตจะเพิ่มขึ้นเมื่อความหนาของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตมีค่าสูงขึ้น ส่งผลทำให้ความสามารถในการโอบรัดดีขึ้น นอกจากนี้ยังส่งผลทำให้ค่าการเคลื่อนที่น้อยลง และส่งผลให้ค่าความเค้นมีค่าความเข้มข้นเพิ่มขึ้น เมื่อความหนาท่อเพิ่มสูงขึ้น ซึ่งจะทำให้ช่วงที่เกิดพฤติกรรม Strain-Hardening ความชันของกราฟจะเพิ่มขึ้น และค่าการเสียรูปก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วย แสดงให้เห็นถึงความเหนียวของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมเมื่อมีการเพิ่มความหนาของท่อเหล็กกรอกคอนกรีต ทั้งนี้พบว่า ค่าการเสียรูปเกิดขึ้นสูงสุดที่บริเวณเสาท่อเหล็ก และการวิบัติของเสาท่อเหล็กกรอกคอนกรีตหน้าตัดวงกลมจะวิบัติโดยแรงอัดตามแนวแกนไม่มีผลของการโก่งเดาะเข้ามาเกี่ยวข้อง

#### 5. กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ตามสัญญาเลขที่ NKR2564INC001

#### เอกสารอ้างอิง

[1] J. Thumrongvut and K. Ritaksa, "Effects of load application on high-strength concrete-

filled circular steel tube specimens," *RMUTI Journal Science and Technology*, vol. 9, no. 2, pp. 145–160, 2016 (in Thai).

[2] Y. R. Al-Ani, "Finite element study to address the axial capacity of the circular concrete-filled steel tubular stub columns," *Thin-Walled Structures*, vol. 126, pp. 2–15, 2018.

[3] T. Zhang, D. Fa-xing, L. Xue-mei, and Y. Zhi-wu, "Compressive behavior of steel-reinforced concrete-filled circular steel tubular stub columns," *Structures*, vol. 28, pp. 863–877, 2020.

[4] N. Photchananuwat and P. Lertwattanaruk, "Design guidelines of temporary prefabricated house for disaster rehabilitation in Thailand," *The Journal of KMUTNB*, vol. 25, no. 2, pp. 191–202, 2015 (in Thai).

[5] C. Siriyanont, W. Jiammeepreecha, J. Thumrongvut, S. Tiyasangthong, C. Chaidachatorn, and K. Treepong, "Finite element model for concrete-filled square steel tube columns under axial compression," presented at the Proceedings of the 22nd National Convention on Civil Engineering, Nakhon Ratchasima, Thailand, July 18–20, 2017.

[6] M. Kamali and K. Hewage, "Development of performance criteria for sustainability evaluation of modular versus conventional construction methods," *Journal of Cleaner Production*, vol. 142, part 4, pp. 3592–3606, 2017.

[7] T. Onthawon, "Finite element analysis of steel-reinforced concrete-filled steel tubular columns subjected to eccentric loadings," M.S. thesis, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn University, 2016 (in Thai).



- [8] T. Onthawon and A. Lenwari, "Finite element analysis of steel-reinforced concrete-filled steel tubular columns subjected to concentric loading," presented at the 22nd National Convention on Civil Engineering, Nakhon Ratchasima, Thailand, July 18–20, 2017 (in Thai).
- [9] J. Thumrongvut, T. Siriparinyanan, and S. Seangathith, "Structural test of cellular light-weight concrete-filled steel square tube columns under axial compressive load," *UBU Engineering Journal*, vol. 11, no. 1, pp. 9–17, 2018. (in Thai).
- [10] J. Eknara, "Evaluation of response modification factor for 4-story RC shophouses," *The Journal of KMUTNB*, vol. 28, no. 2, pp. 273–284, 2018 (in Thai).
- [11] M. Setkit and T. Imjai, "Strength performance of damaged concrete beams in service conditions using post-tensioned metal strapping technique," *The Journal of KMUTNB*, vol. 29, no. 4, pp. 577–584, 2019 (in Thai).
- [12] H. Nandun, W. Jiammeepreecha, and K. Treepong, "Finite element simulation for analysis of concrete-filled steel pipe columns under axial compression," presented at the 24th National Convention on Civil Engineering, Udonthani, Thailand, July 10–12, 2019 (in Thai).
- [13] H. Nandun, W. Jiammeepreecha, and S. Jamnam, "Parametric study of critical load on concrete-filled steel pipe column under axial compression," *UBU Engineering Journal*, vol. 13, no. 1, pp. 16–28, 2020 (in Thai).
- [14] *ABAQUS Analysis User's Manual*, Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, Rhode Island, 2017.
- [15] L. H. Han, G. H. Yao, and Z. Tao, "Performance of concrete-filled thin-walled steel tube under pure torsion," *Thin-Walled Structures*, vol. 45, pp. 24–36, 2007.
- [16] A. S. Genikomsou and M. A. Polak, "Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS," *Engineering Structures*, vol. 98, pp. 38–48, 2015.
- [17] F. E. Richart, A. Brandtzaeg, and R. L. Brown, "A study of the failure of concrete under combined compressive stresses," University of Illinois, Engineering Experiment Station, Bulletin, Technical Reports, no. 185, 1928.
- [18] Z. Tao, Z. B. Wang, and Q. Yu, "Finite element modelling of concrete-filled steel stub columns under axial compression," *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 89, pp. 121–131, 2013.